

大葉大學 95 學年度轉學招生考試試題紙

系 組 別	日 \ 第二部	年級	考 試 科 目 (中 文 名 稱)	考試日期	節次	備註
機械與自動化系, 工業工程與科技管理系 環工系, 資工系, 生物產業科技系	日	二	微 積 分	8 月 7 日	3	共 乙 頁

註：考生可否攜帶計算機或其他資料作答，請在備註欄註明（如未註明，一律不准攜帶）

11:10~12:30

1. (10%) Determine the limits. [求下列極限]

(i) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3+h)^2 - 9}{h}$ (ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$

2. (20%) Find the derivative, $\frac{dy}{dx}$, for the following equations, respectively.

[求導(函)數, 即 $\frac{dy}{dx}$]

(i) $y = (3 - x^2)(x^3 - x + 1)$ (ii) $y = \frac{x}{1 + \ln x}$ (提示: $\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$)

(iii) $y = \sqrt{1 + \cos 3x}$ (iv) $y + 3e^y = \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h} \right)$

3. (20%) Evaluate the following integrals, respectively. [求積分]

(i) $\int \left(x + \frac{1}{x} + 5e^{-2x} \right) dx$ (提示: $\int e^{mx} dx = \frac{e^{mx}}{m} + C$)

(ii) $\int 3x(9 - x^2)^{\frac{1}{2}} dx$ (提示: 設 $u = 9 - x^2$)

(iii) $\int \frac{dx}{\sqrt{4 + x^2}}$ (iv) $\int x^3 \ln x dx$

4. (20%) Let $f(x, y) = 6x^2 - 2x^3 + 3y^2 + 6xy$.

(i) Find $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$, and $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$.

(ii) Find all the local maxima, local minima, and saddle points of the function f . [求函數 f 的相對極小值, 相對極大值, 及馬鞍點]
(提示: 先求臨界點)

5. (20%) Evaluate the following iterated integrals. [求下列疊積分]

(i) $\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 (x^2 + y^2 + z^2) dz dy dx$. (提示: 先求 $\int_0^1 (x^2 + y^2 + z^2) dz$)

(ii) $\int_0^2 \int_0^{4-x^2} \frac{x e^{2y}}{4-y} dy dx$

6. (10%) The series $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \frac{x^{11}}{11!} + \dots$ converges to $\sin x$ for all x .

(i) Express $\sin x^2$ as a power series. [寫出 $\sin x^2$ 的幕級數]

(ii) Estimate $\int_0^1 \sin x^2 dx$ with an error of less than 0.01. [估計 $\int_0^1 \sin x^2 dx$ 在誤差 0.01 之內]