

大葉大學 94 學年度轉學招生考試試題紙

系	組	別	日\第二部	年級	考試科目 (中文名稱)	考試日期	節次	備註
環境工程學系			日	二	微積分	7月12日	三	共一頁

註：考生可否攜帶計算機或其他資料作答，請在備註欄註明（如未註明，一律不准攜帶） 11:00 ~ 12:30

1.(30%) 試求下列函數之導數（請任選 3 題作答）

(a) $y = x^x$ (提示: logarithmic differentiation)

(b) $y = \int_0^{\sin x} \sqrt{1-t^2} dt$ 且 $|x| < \frac{\pi}{2}$

(c) $x^3 + y^3 - 9xy = 0$

(d) $y = \sqrt{x}$ (必須使用導數之基本定義進行演算)

2.(30%) 試求下列各積分式（請任選 3 題作答）

(a) $\int e^x \cos x dx$

(b) 證明 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx = \pi$

(c) $\int \tan x dx$

(d) 證明 $\int_0^{\pi/2} e^{\sin x} \cos x dx = e - 1$

3.(10%) 某區域由 $y = \sqrt{x}$ ， $0 \leq x \leq 4$ ，以及 x 軸所圍成，試證該區域繞

x 軸旋轉一圈所形成之固體體積為 8π 。(提示: disc method)

4.(10%) 試判斷下列各式之斂散性（請任選 2 題作答）

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n!n!}$ (提示: Ratio Test)

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2+2n+1}$ (提示: Limit Comparison Test 且使用 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$)

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$ (提示: Root Test)

5.(10%) 試求 $\int_0^1 \int_0^x \frac{\sin x}{x} dy dx$

6.(10%) 試證極座標圖形 $r = 2(1 + \cos \theta)$ 之面積為 6π 。

(提示: 利用 $\int_0^{2\pi} \frac{1}{2} r^2 d\theta$)