大 葉 大 學 九 十 一 學 年 度 轉 學 招 生 考 試 試 題 紙						
系　　　別	日\第二部	年級	考　試　科　目（中 文 名 稱）	考試日期	節次	備註
機械、工工、電機 食工、環工、資工	日間、第二部 日間	二	微積分	7 月 23 日	3	共乙頁

註：考生可否攜帶計算機或其他資料作答，請在備註欄註明（如未註明，一律不准攜帶）

Part I. 填充題（只需寫出答案即可，但請務必標明題號；每個空格 **6** 分，共 **60** 分。）

1. Find the following limits:

   (a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2\sin x}-1}{x}=$ ____(1)____ (b) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{1}{1+\left(\dfrac{i}{n}\right)^2}=$ ____(2)____.

2. Let $f(x,y)=\int_y^x t\cos t\,dt$. Find the second partial derivatives $f_{xx}=$ __(3)__ and $f_{yx}=$ __(4)__.

3. If $f(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n^2}\cdot\left(\dfrac{x}{2}\right)^n$ then the radius of convergence of $f(x)$ is ____(5)____

   ; the interval of convergence of $f'(x)$ is ____(6)____.

4. Find the absolutely maximum value of the function $g(x)=\dfrac{\ln x}{x}$ defined on the closed interval $[1,e^2]$. Ans:____(7)____.

5. Let $f(x,y)=x^2-3xy^2+y^3+1$. Then the directional derivative $D_{\vec v}f(1,1)$ of $f(x,y)$ at the point (1,1) in the direction $\vec v=2\vec i-3\vec j$ is ____(8)____. Moreover, if $D_{\vec u}f(1,1)$ attains the maximum directional derivative of $f(x,y)$ at the point (1,1), then the unit vector $\vec u=$ __(9)__.

6. Evaluate $\int_0^1\int_{\sqrt{y}}^1\sqrt{x^3+1}\,dxdy=$ ____(10)____.

Part II. 計算證明題（請詳列計算過程，否則不予計分；每題 **10** 分，共 **40** 分。）

1. Find the local maximum and minimum values and saddle points of the function $f(x,y)=x^3+3xy^2-3x^2-3y^2+4$.
2. Find the volume of the solid bounded by the cylinder $x=y^2$ and the plains $z=0$ and $x+z=1$.
3. Let $f(x)=x^5+x^3+e^x+3x+1$. Prove that the inverse function $f^{-1}(x)$ of $f(x)$ is differentiable and find $(f^{-1})'(2)$.
4. Evaluate the indefinite integral $\int e^{2x}\cos 3x\,dx$.