

MC-CDMA 系統工作於存在高斯相關分支 與選頻性通道環境中的效能分析

陳雍宗 劉昱吟

大葉大學電信工程研究所

彰化縣大村鄉山腳路 112 號

摘要

本文主要研究 MC-CDMA (multi-carrier coded-division multiple-access) 系統工作於不相關 (uncorrelated) 與相關 (correlated) 衰落通道的 Nakagami- m 統計分佈。其中相關分支假設呈現高斯相關 (correlated Gaussian) 模型，在 MC-CDMA 系統中，其接收方法採用二位元相移鍵 (binary phase shift key, BPSK)、非同調頻移鍵 (noncoherent frequency shift key, NCFSK) 以及差分同調相移鍵 (differential coherent phase shift key, DCPSK) 等調變架構，並分析位元錯誤率 (bit error rate, BER) 效能。爲了得到分支之間任意相關通道的完全式，本文採用 Gamma 變數的機率密度函數 (probability density function, pdf)，以避免在最大比例合成 (maximum ratio combining, MRC) 輸出，求得 SNR (signal-to-noise ratio) 之機率密度函數的困難。由本文所分析之系統 BER 效能得知，MC-CDMA 系統極易受衰落通道相關性影響的，就 MC-CDMA 系統的 BER 效能而言，考慮無相關分支與相關分支的現象時，兩者之間約有 3dB 以上之差異。

關鍵詞：MC-CDMA 系統，不相關通道，相關通道，Nakagami- m 衰落統計，NCFSK，BPSK，DCPSK

A Performance Analysis of an MC-CDMA System in Correlated Gaussian Branch and Frequency-Selective Channel Environments

JOY IONG-ZONG CHEN and YU-YIN LIU

Department of Communication Engineering, Dayeh University

No. 112, Shanjiao Rd., Dacun, Changhua, Taiwan 51591, R.O.C.

ABSTRACT

The performance of an MC-CDMA system working with both uncorrelated and correlated branches in a slowly varying fading channel, characterized by an Nakagami- m channel model wherein a branch correlation with Gaussian distribution is adopted, is studied. Modulation schemes consisting of a BPSK (binary-phase shift key), an NCFSK (non-coherent frequency shift key) and a DCPSK (differential coherent phase shift key) are assumed to serve as the MC-CDMA system. In

order to avoid difficulty in determining the pdf (probability density function) for the random variable of an SNR (signal-to-noise ratio) at the MRC (maximum ratio combining) output, a sum of Gamma variates is applied. Some closed-form formulas for the average BER (bit error rate) for an MC-CDMA system operating with both uncorrelated and correlated branch cases are calculated. It is noteworthy that the numerical results indicate that the difference between the BER performance of the MC-CDMA system in these two cases is about 3dB.

Key Word: MC-CDMA system, uncorrelated channels, correlated channels, Nakagami- m fading statistics, NCFSK, BPSK, DCPSK

一、緒論

自從單載波劃碼多重進接 (coded-division multiple-access, CDMA) 系統應用開始, 期間約經歷了 15 至 20 年時間, 也萌生了不少的相關應用改良技術, 當然, 其技術不外是以多載波為基礎, 例如, 分時多工的 CDMA (time-division duplex CDMA, TDD-CDMA) [5, 13]; 隨後有寬頻劃碼進接系統 (wide-band CDMA, WCDMA) 的技術產生, 包括多載波劃碼多重進接系統 (multi-carrier code-division multiple-access, MC-CDMA) 和多載波直序式劃碼多重進接系統 (multi-carrier direct-sequence coded-division multiple-access, MC-DS-CDMA) 等等。自單載波 CDMA 系統展延到多載波 CDMA, 期間最主要之差異是在順向鏈結上, 使用多載波訊號的設計, 能將 M 個不同的載波頻率的窄頻 CDMA 波形, 指定給於某個特定的使用者, 而使得展頻之頻寬提高 M 倍, 致使整體系統效能隨之提升。尤其在近期, MC-CDMA 系統的發展。商用寬頻劃碼多重進接 (W-WCDMA) 系統接近於 2001 年於日本上市服務, 其服務範圍將會計畫性地逐漸擴展於全球, 至於進一步服務的需求, 是爲了滿足能提供傳輸資料率在 2Mbps 以上的通訊服務。高速下鏈封包進接 (high speed downlink packet access, HSDPA) 目前已準備於第三代合作專案 (3rd generation partnership project, 3GPP) 計畫中進行, 而其順向鏈結 (forward link) 的標準空間介面 (air interface), 國家電信協會 (International Telecommunication Union, ITU) 討論將以 W-CDMA 技術當其基礎 [8]。

回顧 MC-CDMA 系統理論之發展過程, 直到近期寬頻 CDMA 的正式登陸市場可以發現, 相關之研究係源自 Yee, linnartz 和 Fettweis 等人 [29] 於 1994 年分析 MC-CDMA 工作於室內無線通訊網路開始, 其中, Yee 等人, 就 MC-CDMA 工作於通訊通道呈現瑞雷 (Rayleigh) 與萊斯 (Rice) 等統

計分佈的通道環境下, 個別考量上鏈與下鏈的通訊條件, 並結合二位元相移鍵的調變 (binary phase shift key, BPSK) 技術, 評估分析其位元錯誤率 (bit error rate, BER) 的系統效能, Kondo 和 Milstein [9] 也分析了 MC-DS-CDMA 的系統效能。隨之而後, 陸陸續續便有許多結合相關假設條件的研究文獻與成果發表。其中比較重要的有下列: Hara 和 Ramjee [7] 研究 MC-CDMA 系統工作於頻率選擇性 (frequency selective) Rayleigh 衰落通道的效能與設計分析; Rowitch 和 Milstein [17] 於 1996 年分析過, 若考慮偏頻干擾 (partial band interference) 效應出現於 MC-DS-CDMA 系統所產生的系統之效能; Xu 和 Milstein [28] 論及多載波耙型 (RAKE) 接收機的效能; 而 Kondo 和 Milstein [8], 討論同頻干擾 (co-channel interference, CCI) 對 MC-CDMA 系統的影響結果, 並提及消除 CCI 之道; 至於 1999 年 Simon 和 Alouini [24] 分析了 MC-DS-CDMA 系統工作於一般性的衰落通道的 BER 效能, 其中亦提及與偏頻相關的影響; Zimer 和 Nadgouda [30] 探討了當副載波間存在相關性 (correlation) 對多載波直序式展頻展頻系統產生的影響, 近期 Li 與 Latva-aho [11] 在 2002 年也研究 MC-CDMA 結合等增益合成 (equal gain combining, EGC) 技術工作於 Nakagami- m 衰落通道上的系統錯誤率。當然, 有關 MC-CDMA 和 MC-DS-CDMA 系統中, 當相關性出現於衰落通道間 (或出現於副載波間) 的系統效能分析之文獻尚包括 [10, 16, 20, 21, 27]。

上述之文獻大部分皆著重於 MC-CDMA 系統工作於多重路徑中的效能分析, 若有, 則加之偏頻現象, 並無論及分支的相關現象。此外, 會有許多學者就 MC-CDMA 系統於多重巢式細胞之環境中之工作效益予以分析。Kim 及 Yong [3] 利用陣列天線 (antenna array) 設計於基地台之方式, 希望得到最佳的波束型以增加 MC-CDMA 系統之使用者容量。而 Abeta 等人 [1] 於 2000 年中, 研究 MC-CDMA 在多

重巢式細胞元的順向鏈結環境下，分析系統容量。利用通道等化原理以提高 MC-CDMA 系統使用者間互相之正交性，讓 OFDM 達到最高之使用效益逾 1999 年由 Xing 及 Renfors 提出 [26]。Sigdel 等人 [22]，在 2002 年中評估 MC-CDMA 上鏈系統利用陣列天線 (antenna array) 級假設工作於相關性多重路徑中的系統效能。而 Sadler 和 Manikas [18] 於 2003 年提出利用 whitening zero-forcing 接收機以降低 MC-CDMA 系統工作於多重蜂巢細胞元之中的跨巢 (intercell) 及巢內 (intracell) 間的干擾現象。除此之外曾針對 MC-CDMA 系統下鏈通道工作於多重巢式細胞之網路的容量分析，其中利用隨機相等獨立分布 (i. i. d) 和正交編碼的方式個別推導，也以小尺度 (small scale) 的衰落通道為條件 [4]。許多的系統參數對於工作於單一 (single) 與多重巢式 (multi-cell) DS-SS-CDMA 系統的效能確實產生實際上的惡化影響，其中包含已知的多重路徑數目 (path number)，展頻通訊中重要之處理增益 (processing gain)，傳輸通道之 Nakagami- m 統計數學模式中的衰落指數 (fading figure)；另外，最重要的是通道間的相關係數 (correlation coefficient)。除此之外，功率衰降率 (power decay ratio) (δ) 也將對 DS-SS-CDMA 系統造成十足明顯的影響。基於上述之陳述，由於寬頻 CDMA 已被 IMT-2000 的分頻多工 (frequency division multiplex, FDD) 模式所採用程無線存取之方式，而且也正式成為在來年所採用的商業用品，因此，其某些具在的現實時必須加以研究討論。一般而言，MC-CDMA 可以獲得比單一載波 CDMA 系統高 2-3 倍的系統容量 [1]，這主要原因有兩者，(1) 是由於許多存在於多重路徑的干擾可以藉由字符長度 (symbol length) 設計的比延遲擴散 (delay spread) 時間來得長而克服；(2) 在每一字符間，有一防護區間 (guard band) 引入，也就是所謂的準正交通道 (quasi orthogonality channel) 的存在。然而，此一準正交通道的特性將會由於考量多重蜂巢系統時，而遭到破壞 [1]；也就是說，在多重蜂巢系統的環境中，由於多工頻率的不當切割，而形成防護頻寬受到干擾，使得 MC-CDMA 之行動台間的正交特性不再存在，尤其是蜂巢細胞單元之間所產生的干擾；這種現象最嚴重時是發生在當行動台處於蜂巢細胞的邊際時，在邊際時，還必須將近遠 (near far) 效應予以考慮。另外，當載波通道若處於非獨立的工作條件時，也可能由於巢細胞間互相的干擾所致。

基於上述之陳述，如果副載波間不再成正交特性，而且

多蜂巢細胞元之間的含蓋範圍無法明確之切割，則干擾現象隨之增加，必然造成系統效能、容量的惡化。本文以理論推導之數學模型用以描述分析 MC-CDMA 系統工作於分支呈現高斯分布的相關環境時之位元錯誤率的效能，可以將非正交現象明顯之影響予以呈現；而且干擾之表現也能予以估算，並經由簡潔之數學推導，而得系統的位元錯誤率效能，最後並以數值分析驗證所有的參數，並與現有之事實驗證，使推導之數學式更具體正確。最後確認 MC-CDMA 系統於工程設計與施工時，分析間之相關係數是相當重要之考量數值。本文其它部分描述如下，在第二節中，將就 MC-CDMA 系統之發射端加以描述；通道的模型將敘述於第三節中；第四節說明接收端之模型；系統之效能將於第五節中詳細分析；至於整體之數值分析結果將於第六節中描述；最後於第七節有簡短之結論。

二、MC-CDMA 發射機

本節將描述 MC-CDMA 系統模型。假設 N 個次載波在單一蜂巢基地站內同時存著 K 個使用者，其中單一個使用者之發送信號的方塊圖，如圖 1 中所示，假設使用者均勻地分佈於基地台可擴及的範圍之內，一個信號位元符號被複製成 N 平行的副本。其中第 k 個使用者的 N 次載波有一展頻碼連續片的長度 L ，配合數位 BPSK (binary phase shift keying) 調變，其中每個副載波頻率可以 C/T_b Hz 來規範， C 是整數數目 [8, 25]。就技術層面而言，MC-CDMA 系統其實就是在一個直接的順序展頻譜信號上為 $C=1$ 的 OFDM (orthogonal frequency division multiplexing) 系統。若 C 為更大值，則系統要求更多傳送頻寬。被傳送的信號， $S_k(t)$ ，當參考使用者在所有使用者中所產生傳輸一致的基帶信

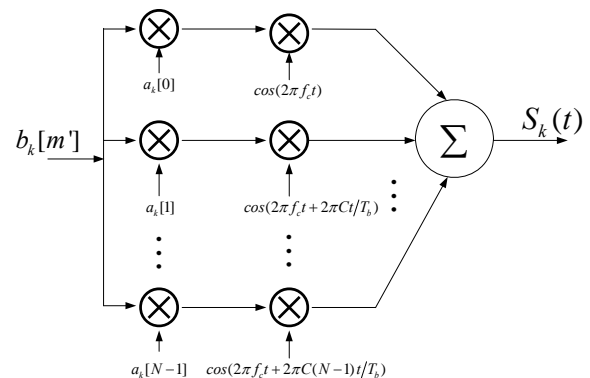


圖 1. 參考使用者 MC-CDMA 系統的傳輸方塊圖

號，可以假設為傳送 M 個資料位元大小，其數學式表示為

$$S_k(t) = \sqrt{\frac{2P}{N}} \sum_{m'=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} a_k[n] b_k[m'] P_{T_b}(t) \operatorname{Re}[e^{j\omega_n t}] \quad (1)$$

其中 $a_k[n]$ 和 $b_k[m']$ 屬於 $\{-1, 1\}$ ， P 是資料位元的能量， M 表示資料位元的數目， N 表示次載波數目，順序 $a_k[0], \dots, a_k[N-1]$ 和 $b_k[0], \dots, b_k[M-1]$ 分別地代表訊號順序以及參考使用者的資料位元。這 $P_{T_b}(t)$ 是一個單位幅度脈衝是在非零的區間內 $[0, T_b]$ ，和 $\operatorname{Re}[\cdot]$ 為複數實部的象徵， $\omega_n = 2\pi(f_c + nC/T_b)$ 是第 n 個次載波的角頻率， f_c 指載波頻率，而 T_b 是符號持續區間。

本文中，假設頻率選擇通道 $1/T_b \ll BW_c \ll C/T_b$ ，其中 BW_c 是同調頻寬 (coherence bandwidth)。通道模型表示調變次載波不需經過明顯的散佈，並且有傳送 $1/T_b$ 頻寬。當 $T_b \gg T_d$ ，在室內的環境裡， $0.3 \sim 6.1$ Hz 都屬於 $1/T_d$ 都卜勒平移範圍內 [3]，並且假設振幅和相位在符號上保持不變 T_b 。此外，假設第 k 個使用者傳遞函數連續時間衰落通道的模型表示如下

$$H_k[f_c + n\frac{C}{T_b}] = \beta_{k,n} (\cos \theta_{k,n} + j \sin \theta_{k,n}) \quad (2)$$

其中第 k 使用者的頻率為 $f_c + n(C/T_b)$ ，而 $\beta_{k,n}$ 和 $\theta_{k,n}$ 表示隨機振幅和相位。為了符合實際之系統運作情況，隨機振幅， $\beta_{k,n}$ ，在本文中假設為具有 N 個相關而且相等的隨機變數。

三、通道模型

在本節中，假設兩種傳輸通道，亦即，不相關和相關的 Nakagami- m 通道環境。為數學分析方便，故假設所有通道均擁有相等的衰落參數 (fading parameter)，即 $m_i = m$ ， $i=0, \dots, N-1$ 。第 k 個使用者的衰落振幅於第 n 個通道中，表示成 $\beta_{k,n}$ ，假設其呈現 Nakagami- m 統計分佈，可以表示成 [15]

$$P(\beta) = \frac{2\beta^{2m-1}}{\Gamma(m)} \cdot \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \cdot \exp\left(-\frac{m\beta^2}{\Omega}\right), \beta \geq 0 \quad (3)$$

其中 $\Gamma(\cdot)$ 表示 gamma 函數，其定義為 $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$ ，

$\Omega = E[\beta^2]$ 代表衰落的信號的平均能量； m 可以表現出振幅中衰落分配精確的特性，可以將其表示成

$$m = \frac{\Omega^2}{E[(\beta^2 - \Omega)^2]} \geq 0.5 \quad (4)$$

其中， m 值的描述如下，當 $m=0.5$ (one-sided Gaussian fading)，相當於通訊通道中的衰落現象處於最壞的通訊情況，而 $m=1$ 和 $m=\infty$ 分別表示相當於瑞雷衰落 (purely diffusive scattering) 以及非衰落的條件。接下來，將以兩種通道情況分別加以敘述。

(一) 不相關 Nakagami- m 通道

首先，假設接收通道之每一分支呈現相等而且為獨立分佈 (identically independent distributed, i. i. d.)，然後透過變數變換之過程，假設衰落分支的能量變數為 γ ，其中 γ 被認為是衰落幅度的瞬時功率，亦即， $\gamma = \beta^2$ ，於是 γ 的機率密度函數 (pdf) 成為 Gamma 分佈，於是 γ 隨機變數可以透過處理，得到

$$P_\gamma(\gamma) = \frac{\gamma^{m-1} e^{-\gamma/\Omega}}{\Gamma(m)\Omega^m} \quad (5)$$

(二) 相關 Nakagami- m 通道

本節中將敘述相關性 Nakagami- m 統計分佈之通道的模型，首先讓 $[\gamma_i], i=0, \dots, N-1$ 為一組相同分佈且相關之 N 個衰落通道分支，並且假設全部具有相等的衰落參數 (fading parameter) 與平均能量，亦即， $m_i = m_j = m$ ，和 $\Omega_i = \Omega_j = \Omega$ ，其中 $i \neq j$ ，而 $i, j=0, \dots, N-1$ 。在最大比例合成 (maximal ratio combining, MRC) 的輸出端可以平方總數合成，並且被表示

為 $R = \sum_{i=0}^{N-1} \gamma_i$ 。因此採用 Alouini 的結果 [14]，以及 Abdi 和

Kavehthe [2] 所推導的 pdf，在 MRC 合成接收器輸出端的變數，其 pdf 可表示成

$$P_R(\gamma) = \prod_{i=0}^{N-1} \left(\frac{\lambda_i}{\lambda_i}\right)^m \sum_{v=0}^{\infty} \frac{\mu_v \gamma^{mN+v-1} e^{-\gamma/\lambda_i}}{\lambda_i^{mN+v} \Gamma(mN+v)} \quad (6)$$

其中係數 μ_v 可以下列公式作為遞迴函數表示

$$\begin{cases} \mu_0 = 1 \\ \mu_{v+1} = \frac{m}{v+1} \sum_{i=1}^{v+1} \left[\sum_{j=1}^N \left(1 - \frac{\lambda_i}{\lambda_j} \right)^i \right] \mu_{v+1-i}, v=0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (7)$$

其中 $\lambda_i = \min\{\lambda_i\}$ ，而 $\lambda_i, i=0, K, N-1$ 是矩陣 $\underline{Z} = \underline{X}\underline{Y}$ 的特徵值，其中 \underline{X} 是平均能量， $\Omega_i, i=0, \dots, N-1$ 的 $N \times N$ 對角矩陣，如果是相關次載波通道時， Ω_i 的矩陣行列能獲得最小， $\Omega_i = \gamma_i / m_i$ 。這矩陣 \underline{Y} 為 $N \times N$ 共變異矩陣 (covariance matrix)，此一矩陣用以描述分支間相關特性的相關量，可以表示成

$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{21}^{1/2} & L & \rho_{1N}^{1/2} \\ \rho_{21}^{1/2} & 1 & L & \rho_{2N}^{1/2} \\ M & M & O & M \\ \rho_{1N}^{1/2} & L & L & 1 \end{bmatrix}_{N \times N} \quad (8)$$

其中 ρ_{ij} 表示 γ_i 和 $\gamma_j, i \neq j, i, j=0, 1, 2, \dots, N-1$ ，之間相關係數，被表示為

$$\rho_{ij} = \frac{\text{Cov}(\gamma_i, \gamma_j)}{[\text{Var}(\gamma_i) \cdot \text{Var}(\gamma_j)]^{1/2}}, 0 \leq \rho_{ij} \leq 1 \quad (9)$$

其中在 $\text{Var}(\cdot)$ 和 $\text{Cov}(\cdot)$ 分別表示變異數和共變異運算。

另一種 λ_{ij} 表示相關係數，此一參數是由傳輸與接收間的距離 (d) 與傳輸信號之載波波長 (λ) 來決定，一般而言其所採取的相關係數矩陣 (correlation coefficient matrix) 是由 Toeplitz 形式的線性矩陣所形成，它又稱為高斯相關係數 (Gaussian correlation coefficient)，可表示成 [12]

$$\rho_{ij} = \exp[-0.5\eta(i-j)^2(d/\lambda)^2], i, j=0, \dots, N-1 \quad (10)$$

其中 η 值的計算是透過 $\exp[-\eta(d/\lambda)^2] = [J_0(2\pi d/\lambda)] = \frac{1}{2}$ 而得，其中 $J_0(\cdot)$ 是第零階第一類修正之貝索 (0th order first kind modified Bessel) 函數。例如： $\eta \cong 21.4$ ，代表由傳輸功率為 -3dB 點而且相關模型取自貝索 (Bessel) 函數模型的某一設定點，一般 $d/\lambda=0.2$ 的比值是兩相鄰路徑分支間由載波波長正規化後的距離值。

四、MC-CDMA 接收端模型

如圖 2 中所示，假設擁有 K 個使用者的有效傳送者，則第 k 個使用者，收到的接收信號可以表示為

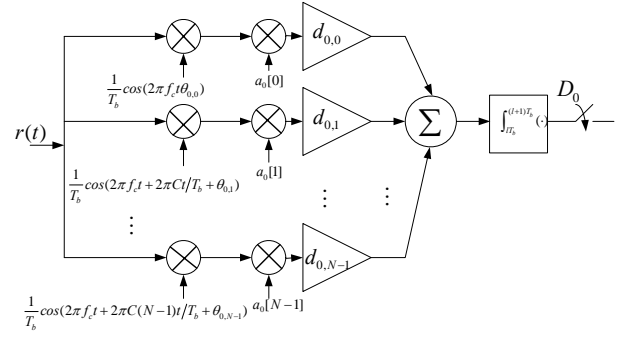


圖 2. MC-CDMA 系統的接收方塊圖

$$r(t) = \sqrt{\frac{2P}{N}} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{m'=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \beta_{m',n} a_k[n] b_k[m'] P_{T_b}(t - m'T_b - \tau_k) \cos(\omega_n t + \theta_{m',n}) + n(t) \quad (11)$$

其中 $n(t)$ 是 AWGN (additive white Gaussian noise) 具有 $N_0/2$ 雙邊能量頻譜密度。假設當參考使用者 ($k=0$) 其接收機之同步 (synchronization) 已完成以及展頻碼已聚焦，在此情況下如果使用 MRC 合成接收方式，可以獲得完美的相位一致性，亦即， $\hat{\theta}_{0,n} = \theta_{0,n}$ 。假設全部分支可以經由 MRC 接收，則 D_0 代表第 l 個分支資料位元的參考使用者決策變數，其可以表示成

$$D_0 = \frac{1}{T_b} \int_{t'}^{(l+1)T_b} r(t) \times \sum_{n=0}^{N-1} a_0[n] \times d_{0,n} \times \text{Re}[e^{(\omega_n t + \theta_{0,n})}] dt = U_S + I_{MAI} + \eta_0 \quad (12)$$

其中 $r(t)$ 已經表示於 (11) 中， $d_{0,n}$ 是 MRC 分支的增益係數，而且 U_S 代表參考使用者的期望信號，可以表示成

$$U_S = \sqrt{\frac{P}{2N}} \sum_{n=0}^{N-1} \beta_{0,n}^2 \cdot b_0[m'] \quad (13)$$

而在 (12) 式中的第 2 項， I_{MAI} ，是 MAI (multiple access interference)，其主要是受其他使用者之干擾所致，此干擾量推導後可以表示為

$$I_{MAI} = \sqrt{\frac{P}{2N}} \cdot \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{n=0}^{N-1} a_k[n] \cdot b_k[m'] \cdot a_0[n] \cdot \beta_{k,n} \cdot \cos(\theta'_{k,n}) \quad (14)$$

其中 $\theta'_{k,n} = \theta_{0,n} - \theta_{k,n}$ 和 $\theta_{k,n}$ 是 *i. i. d* 均勻分佈在 $[0, 2\pi]$ 之間；而在 (12) 式中的 η_0 是 AWGN。

五、系統效能分析

(一) 同調調變系統

在本節中，將為第 k 個使用者於 BPSK 調變中，推導到平均之 BER 值。就一般地解調方法而言，在通道模型中若處於 AWGN 理想通道的情況下，其瞬間訊雜比 (signal-to-noise ratio, SNR) 的條件錯誤率可能以表示為 [19]

$$P_e(s) = \frac{\Gamma(\frac{1}{2}, \sigma_0 s)}{2\sqrt{\pi}} = 0.5Q(\sqrt{2\sigma_0 s}) \quad (15)$$

其中非完全的伽瑪 (incomplete gamma) 函數定義為 $\Gamma(z, t) = \int_t^\infty x^{(z-1)} e^{-x} dx$ ， $Q(x)$ 為 Gaussian Q-function，其定義為 $Q(x) = \int_x^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ ，另外 $\sigma_0 s$ 在上個方程式中代表瞬間接收到的 SNR，而接收者的訊雜比可以表示為

$$\frac{U_s^2}{\sigma_T^2} = \frac{P}{2N} \frac{\sum_{n=0}^{N-1} \beta_{0,n}^2}{\sigma_{I_{MAI}}^2 + \sigma_{\eta_0}^2} \quad (16)$$

其中 $\sigma_{I_{MAI}}^2$ 表示 I_{MAI} ，如 (14) 所示，的變異數。一般而言如果 N 值很大，則可以利用中央極限定理 (central limit theorem, CLT) 將 MAI 項近似成 Gaussian 分佈，其為零平均值 (zero mean) 和變異量為 $\sigma_{I_{MAI}}^2$ ，則此一變異量可以求得如下 [11]

$$\begin{aligned} \sigma_{I_{MAI}}^2 &= E[I_{MAI}^2] = \frac{P}{2}(k-1) \cdot E[\beta_{k,n}^2] \cdot E[\cos^2 \bar{\theta}_{k,n}] = \frac{P}{4}(k-1)\Omega_{k,n} \end{aligned} \quad (17)$$

其中 $\Omega_{k,n} = E[\beta_{k,n}^2]$ ， $E[\cos^2 \bar{\theta}_{k,n}] = 1/2$ 。另外，在 (16) 式中，背景雜訊 η_0 為零平均的隨機變數，其變異數量可以計算得

$$\sigma_{\eta_0}^2 = E[\eta_0^2] = \frac{NN_0}{4T_b} \quad (18)$$

再將 (17) 與 (18) 式代入 (16)，則可以獲得平均 SNR 表示式為

$$\frac{U_s^2}{\sigma_T^2} = \frac{1}{2N} \cdot \frac{S}{\sigma_0} \quad (19)$$

其中

$$S = \sum_{n=0}^{N-1} \beta_{0,n}^2 / \Omega_{k,n} \quad (20)$$

和

$$\sigma_0 = \frac{NN_0}{4PT_b\Omega_{k,n}} + \frac{k-1}{4} = \left(\frac{N}{4\gamma_0} + \frac{k-1}{4} \right) \cdot e^{-1\delta} \quad (21)$$

其中 $\gamma_0 = \frac{PT_b\Omega_{k,n}}{N_0} = \frac{E_b\Omega_{k,n}}{N_0}$ 是每一位元的 SNR，和 $E_b = PT_b$ 表示為位元能量。

(二) 非同調調變系統

本節中將針對參考使用者工作於 MC-CDMA 系統中，結合非同調調變方法 NCFSK (non-coherent frequency shift keying) 和 DCPSK (differential coherent phase-shift keying) 調變，求得其系統效能對於一致的解調來說在 AWGN 的情況下，瞬間條件之 SNR 的 BER 可以表示

$$P_e = \frac{1}{2} \exp(-a\sigma_0 S) \begin{cases} a = 0.5, \text{NCFSK} \\ a = 1.0, \text{DCPSK} \end{cases} \quad (22)$$

眾所皆知決定變數在 (11) 中，為了讓 Gaussian 分佈不相關和相關的通道能量處於 $\beta_{0,n}^2$ 之條件中，而且也假設在 AWGN 情況下， η_0 和 MAI， η_{MAI} 是相互獨立。因此，系統平均錯誤率可以透過 BPSK 調變的條件瞬間 SNR 的機率密度函數，其已經表示於 (16) 之中，在下一節將決定其個別的位元錯誤率。

1. 不相關通道

經由選擇採用 Q 函數表示，一般而言，此一函數在數學定義上可以再利用不同的表示如下 [23]

$$Q(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{e^{-\frac{t^2}{2 \sin^2 \varphi}}}{2 \sin^2 \varphi} d\varphi, \quad t \geq 0 \quad (23)$$

進一步考慮其處理過程以及被假設為獨立的隨機變數 $\{\gamma_i, i=0, \dots, N-1\}$ ，則方程式 (15) 可以經過推導後而表示成 [6]

$$P_e(s) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \prod_{n=1}^N J_{0,n}(\Omega_{0,n}, \varphi) d\varphi \quad (24)$$

其中符號 $J_{0,n}(\Omega_{0,n}, \varphi)$ 代表積分函數，可以表示為

$$\begin{aligned} J_{0,n}(\Omega_{0,n}, \varphi) &= \int_0^{\infty} e^{-\frac{\gamma_{0,n}}{\sin^2 \varphi}} P_r(r_{0,n}) dr_{0,n} \\ &= \left(\frac{m}{\Omega_{0,n}} \right)^m \left(\frac{1}{\sin^2 \varphi} + \frac{m}{\Omega_{0,n}} \right) - m \quad (25) \end{aligned}$$

其中 $\Omega_{0,n}$ 表示 $\gamma_{0,n}$ 的平均值。在 Nakagami- m 衰落通道分佈中， $\gamma_{0,n}$ 呈現 Gamma 分佈表示於 (5)。所有的 N 次載波均假設呈現 $i. i. d.$ ，於是平均位元錯誤率可以透過使用簡易的代數運算公式，而計算得

$$P_e = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \left[\prod_{n=1}^N J_{0,n}(\Omega_{0,n}, \varphi) \right] d\varphi \quad (26)$$

這裡考慮不相關的通道狀態以及非同調調變之機制，因此在這樣的假設情況來說，其平均位元錯誤率可以透過平均方程式 (6) 和 (22)，且產生為

$$\begin{aligned} P_e &= \int_0^{\infty} P_{e/s} \cdot P_e(S) dS \\ &= \int_0^{\infty} \frac{1}{2} \exp(-a \sigma_0 S) \cdot \left[\prod_{n=1}^N \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_n} \right)^m \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\delta_k}{\lambda_1^{mN+k} \Gamma(mN+k)} \right] ds \\ &= \frac{1}{2} \prod_{n=1}^N \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_n} \right)^m \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\delta_k}{\lambda_1^{mN+k} \Gamma(mN+k)} \cdot \int_0^{\infty} r^{mN+k-1} \cdot e^{-(1/\lambda_1 + a \sigma_0) S} dS \\ &= \frac{1}{2} \prod_{n=1}^N \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_n} \right)^m \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\delta_k}{\lambda_1^{mN+k} \Gamma(mN+k)} \cdot \frac{1}{(1/\lambda_1 + a \sigma_0)^{mN+k}} \Gamma(mN+k) \quad (27) \end{aligned}$$

2. 相關通道

在另一種考慮相關通道的條件狀態下，對於此一假設情況來說，經由與上一節相同之步驟，平均位元錯誤率可以透過平均 (6) 和 (15) 兩式，而計算得到 (推導過程於附錄 A 中說明)

$$\begin{aligned} P_e &= \int_0^{\infty} P_{e/s} \cdot P_e(S) dS \\ &= 0.5 \prod_{n=1}^N \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_n} \right)^m \sum_{v=0}^{\infty} \frac{\delta_k}{\lambda_1^{mN+v} \Gamma(mN+v)} \\ &\quad \cdot \frac{\Gamma(mN+2)}{2\sqrt{\pi} (2mN+2v-1) (\sqrt{2\sigma_0}/\sqrt{2})^{2mN+v-1}} \\ &\quad \times {}_2F_1 \left(mN+v-\frac{1}{2}, mN+v; mN+v+\frac{1}{2}; \frac{-1/\lambda_1}{(\sqrt{2\sigma_0}/\sqrt{2})^2} \right) \quad (28) \end{aligned}$$

其中 μ_v 顯示在 (7) 中， λ_1 和 σ_0 分別表示在 (6) 和 (21) 之中，符號 ${}_2F_1(\cdot, \cdot; \cdot; \cdot)$ 代表 confluent 超幾何學函數 (confluent hypergeometric function) [12]。

六、數值分析與討論

基於方程式 (27) 與 (28) 所推導得到的非相關與相關分支之假設後的平均位元錯誤率之公式，本節中，將利用電腦數值分析之過程，分別使用不同的系統參數之設定，將其結果作圖分析於下列系統參數設定為，其中使用者數目 K ，分支數目 N ，相關係數 ρ ，相關係數 ρ 是經由第 (10) 式換算後而得，至於 d/λ 比值之定義已在 (10) 中說明。在圖 3 中，列示 MC-CDMA 系統工作於分支具有相關衰落分支之環境中，以改變不同的衰落參數，比較 SNR 與 BER 的曲線圖，其中假設載波數 $N=4$ 及使用者數 $K=4$ 依據 Nakagami- m 分佈所提供之慣用衰落參數， $m \geq 0.5$ ，於此取 $m=0.5, 1, 1.5$ 與 2 ，其中可以發現在不同的相關係數， ρ 值越低，將使系統效能變佳，而且，其現象呈現出 Nakagami- m 分佈中的衰落參數越大，則系統效能也愈能得到改善，但是值得注意的是，在此一結果中，當衰落參數到達 $m=2$ 時，其相關係數 $\rho=0.81$ 時將與 $m=1.5$ 時的 $\rho=0.49$ ，兩曲線在 SNR 大約是為 8dB 時已有效能無法比較之現象，這似乎也意謂著，常 m 值大時，相關係數將會是支配系統效能的主

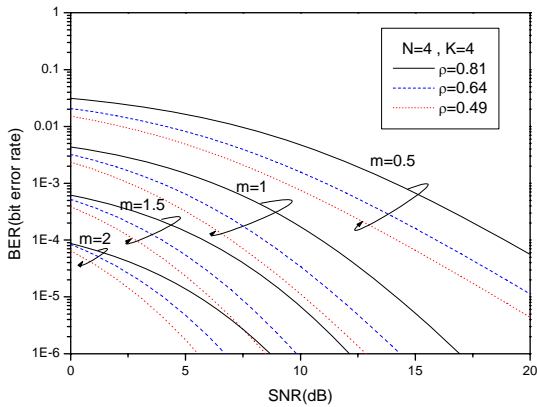


圖 3. SNR 對 BER 之不同分支相關係數曲線

要參數。爲了比較衰落係數之影響程度，在圖 4 中，利用不同的 m 值，比較系統效能，此時高斯相關係數設定爲 $\rho=0.49$ ，明顯地，由此圖中之曲線，可以驗證衰落係數越大，系統受惡化程度相對地降低。至於 MC-CDMA 系統工作於非同調調變系統中，NCFSK 調變方式，其系統效能曲線示於圖 5 中，其中，也可以明顯地看出 Nakagami- m 分佈之 m 值與高斯分支相關之係數值對系統 BER 的影響，無論 m 值爲何，只要相關係數越小，對於系統效能有相對越佳之現象。另外，從同調與非同調調變的角度觀察比較圖 3 與圖 5，可以明確地驗證同調調變系統整體表現之系統效益會來得比圖 5 中的非同調效益來得佳。至於 MC-CDMA 系統結合非同調 DCPSK 調變工作於一般分佈相關與高斯分支相關模式的系統效能曲線，分別評估展示於圖 6 之中。在此兩圖中，可以清楚地觀察到系統之效能亦顯著地受到 Nakagami- m 分佈之 m 值， ρ 值與 d/λ 值之極大牽制，針對

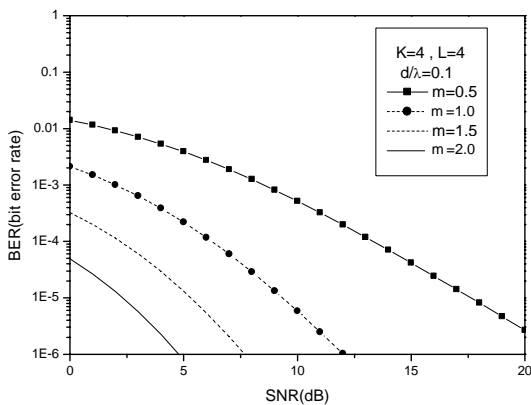


圖 4. SNR 對 BER 之不同高斯相關函數曲線

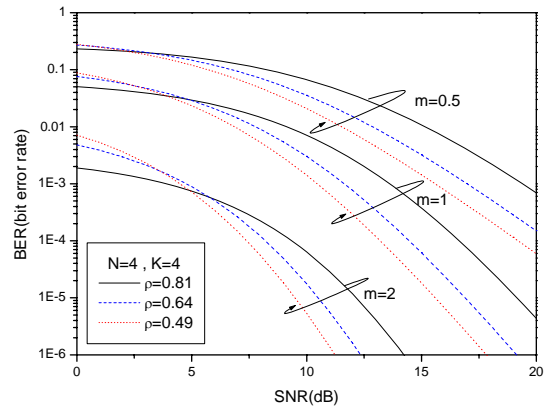


圖 5. MC-CDMA 系統與 NCFSK 結合，不同 m 值的 SNR 對 BER 之曲線

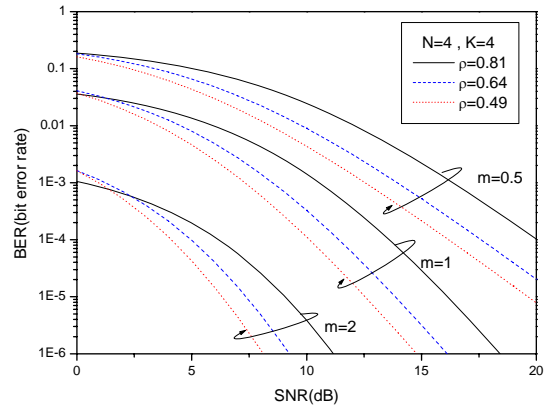


圖 6. MC-CDMA 系統與 DCPSK 結合，不同 m 值的 SNR 對 BER 之曲線

非同調之調變方式所獲得之系統效益，並沒有圖 3 中的現象產生；換句話說，在此一調變之方式中，其明顯地受制於 Nakagami- m 中的衰落係數所影響。再就同調（圖 3）與非同調調變與 MC-CDMA 系統結合後，所表現出的效能曲線來比較，選擇以 $m=2$ 的曲線來解釋，自其中也可以明顯地証實了一般同調機制效能會優於非同調機制的事實。

綜合上列之交叉比對分析結果發現，MC-CDMA 系統無論是與同調調變系統或非同調調變系統結合，其受制於 Nakagami- m 通道分佈之衰落參數值的影響遠高於分支間相關係數的衝擊，因此選擇適當的多載波系統之工作通道環境之數學模式，尤其是關係到 MC-CDMA 系統之開發設計時的系統效能優劣，其參數的選擇是不可不慎的。

七、結論

本文經由副載波數目衰落參數、使用者數目和分支相關係數等的系統參數，以分析 MC-CDMA 系統工作於非相關與相關 Nakagami- m 衰落通道環境中，並結合同調與非同調調變方式的效能，其中利用過去未曾發表之前提，假設分支相關特性係以高斯相關模型表示。過去之分析，皆透過求取特徵函數 (characteristic function) 的方法，計算過程十分複雜為了避免 SNR 之 pdf 的獲得困難度太高，文中直接利用求取瞬間功率呈現 Gamma 分佈之過程，最後並且分析 BER 之系統效能，透過數值分析方法以驗證理論與數值之正確性，發現分支之相關特性，對於 MC-CDMA 系統之運作，是必須嚴加考慮之參數。在這研究過程中推導得到一些新方的程式，例如，系統之位元錯誤率以 Gamma 變數來避免困難模式的求取。最後由研究驗證所得之結果，可以很明確地知道，當設計 MC-CDMA 系統時，對於理論上的參數選擇，(如分支相關係數，載波數，通道衰落參數，調變方法等)，其實必須付出更多心力去注意的。

參考文獻

- Abeta, S., H. Atarashi and M. Sawahashi (2000) Forward link capacity of coherent DS-SS and MC-SS broadband packet wireless access in a multi-cell environment. *IEEE Vehicular Technology Conference*, Boston, MA.
- Alouini, M. S., A. Abdi and M. Kaveh (2001) Sum of gamma variates and performance of wireless communication systems over Nakagami-fading channels. *IEEE Transaction on Vehicular Technology*, 50(6), 1471-1480.
- Chan, K. K. and S. C. Yong (2000) Performance of a wireless MC-SS system with an antenna array in a fading channel: reverse link. *IEEE Transaction on Communications*, 48(8), 1257-1261.
- Debbah, M. (2004) Capacity of a downlink MC-SS multi-cell network. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Phila, USA.
- Esmailzadeh, R. M., Nakagawa, K. University and A. Jones (2003) TDD-SS for the 4th generation of wireless communications. *IEEE Transaction on Wireless Communications*, 10(4), 8-15.
- Grodshcheyn, I. S. and I. M. Ryzhik (1994) *Table of Integrals, Series, and Products*, 5th Ed., 938. Academic Press, San Diego, CA.
- Hara, S. and P. Ramjee (1999) Design and performance of multicarrier SS system in frequency-selective rayleigh fading channels. *IEEE Transaction on Vehicular Technology*, 48(5), 1584-1595.
- Kondo, S. and L. B. Milstein (1994) Multicarrier SS system with cochannel interference cancellation. *IEEE 44th Vehicular Technology Conference*, Stockholm, Sweden.
- Kondo, S. and L. B. Milstein (1995) On the performance of multicarrier DS-SS systems. *IEEE Transaction on Communications*, 43, 3101.
- Kim, T., Y. Kim, J. Park, S. Choi, C. Kang and D. Hong (2000) Performance of an MC-SS system with frequency offsets in correlated fading. *IEEE International Conference*, New Orleans, LA.
- Li, Z. and M. Latva-aho (2002) Error probability for MC-SS in Nakagami- m fading channels using equal gain combining. *IEEE International Conference*, New York, NY.
- Lombardo, P., G. Fedele and M. M. Rao (1999) MRC performance for binary signals in Nakagami fading with general branch correlation. *IEEE Transaction on Communications*, 47(1), 44-52.
- Milstein, L. B. (2000) A conceptual overview of wideband code division multiple access. *IEEE Sixth International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications*, 1, 226-229.
- Moschopoulos, P. G. (1985) The distribution of the sum of independent gamma random variables. *Annual Institute Statistics Math (Part A)*, 37, 541-544.
- Nakagami, M. (1960) The m -Distribution-A general formula of intensity distribution of rapid fading. In: *Statistic Methods of in Radio Wave Propagation*, 3-36. W. C. Hoffman, Ed. Pergamon, Oxford, England.
- Park, J., J. Kim, S. Choi, N. Cho, and D. Hong (1999) Performance of MC-SS systems in non-independent rayleigh fading. *IEEE International Conference*, Vancouver, BC.
- Rowitch, D. N. and L. B. Milstein (1996) Coded multicarrier DS-SS in the presence of partial band interference. *Proceedings, IEEE Military Communications Conference*, McLean, VA.

18. Sadler, D. J. and A. Manikas (2003) Reduction of intracell and intercell interference for array MC-DS-CDMA. IEEE Global Telecommunications Conference, California, USA.
19. Schwartz, M., W. R. Bennett and S. Stein (1966) *Communication Systems and Technique*, 303. McGraw-Hill, New York, NY.
20. Shi, Q. and M. Latva-aho (2002) Exact error floor for downlink MC-CDMA with maximal ratio combining in correlated Nakagami fading channels. *International Zurich Seminar on Broadband Communications, Access-transmission, Networking*, Ch. 37, 1-5.
21. Shi, Q. and M. Latva-aho (2003) Performance analysis of MC-CDMA in rayleigh Fading channels with correlated envelopes and phases. *IEE Proceedings -Communications*, 150(3), 214-220.
22. Sigdel, S., K. M. Ahmed and R. M. A. P. Rajatheva (2002) Performance evaluation of multicarrier CDMA uplink system with antenna array and multiuser detection over correlated multipath channel. IEEE Vehicular Technology Conference, Birmingham, Alabamd.
23. Simon, M. K. and M. S. Alouini (1998) A unified approach to the performance analysis of digital communication over generalized fading channels. *Proceedings of the IEEE*, 86(9), 1860-1877.
24. Simon, M. K. and M. S. Alouini (1999) BER performance of multicarrier DS-CDMA system over generalized fading channels. Communication Theory Mini-Conference, Vancouver, BC.
25. Sourour, E. A. and M. Nakagawa (1996) Performance of orthogonal multicarrier CDMA in a multipath fading channel. *IEEE Transaction on Communications*, 44, 356-367.
26. Xing, H. and M. Renfors (1999) The performance evaluation of the multi-carrier CDMA system with frequency domain equalization. IEEE Vehicular Technology Conference, Amsterdam, Netherlands.
27. Xu, W. and L. B. Milstein (1997) Performance of multicarrier DS-CDMA systems in the presence of correlation fading. IEEE Vehicular Technology Conference, Phoenix, Arizona.
28. Xu, W. and L. B. Miltstein (1997) On the performance of multicarrier RAKE systems. IEEE Global Telecommunication Conference, Phoenix, AZ.
29. Yee, N., J. P. Linnartz and G. Fettweis (1994) Multi-carrier CDMA in indoor wireless radio networks. *IEICE Transaction on Communications*, E77-B(7), 900-904.
30. Zimer, R. E. and N. Nadgaude (1996) Effect of correlation between subcarrier of an MCM/DSSS communication system. IEEE Vehicular Technology Conference, Atlanta, GA.

收件：95.01.12 修正：95.05.12 接受：95.07.13

附錄 A

方程式 (27) 可以經由平均 (6) 與 (22) 而求得其結果，計算過程如下

$$\begin{aligned}
 P_e &= \int_0^\infty P_{e/s} \cdot P_e(S) dS = \int_0^\infty \frac{\Gamma(1/2, \sigma_0 S)}{2\sqrt{\pi}} \left[\prod_{n=1}^N \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_n} \right)^m \sum_{k=0}^\infty \frac{\delta_k}{\lambda_1^{mN+k} \Gamma(mN+k)} \right] ds \\
 &= \prod_{n=1}^N \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_n} \right)^m \sum_{k=0}^\infty \frac{\delta_k}{\lambda_1^{mN+k} \Gamma(mN+k)} \int_0^\infty \frac{\Gamma(1/2 \cdot \sigma_0 S)}{2\sqrt{\pi}} \cdot S^{mN+k-1} \cdot e^{-\frac{S}{\lambda_1}} ds
 \end{aligned} \tag{A1}$$

再經由 (15) 及變數變換，令 $\sqrt{S} = x$ ，則上一式可以化簡成

$$\begin{aligned}
 P_e &= 0.5 \prod_{n=1}^N \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_n} \right)^m \sum_{k=0}^\infty \frac{\delta_k}{\lambda_1^{mN+k} \Gamma(mN+k)} \int_0^\infty Q(2\sqrt{\sigma_0}x) \cdot x^{2(mN+k-1)} \cdot e^{-\frac{x^2}{\lambda_1}} dx \\
 &= 0.5 \prod_{n=1}^N \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_n} \right)^m \sum_{k=0}^\infty \frac{\mu_v}{\lambda_1^{mN+v} \Gamma(mN+v)} \cdot \frac{\Gamma(mN+2)}{2\sqrt{\pi}(2mN+2v-1) \left(\sqrt{2\sigma_0}/\sqrt{2} \right)^{2mN+v-1}} \\
 &\quad \times {}_2F_1 \left(mN+v-\frac{1}{2}, mN+v, mN+v+\frac{1}{2}; \frac{-1/\lambda_1}{\left(\sqrt{2\sigma_0}/\sqrt{2} \right)^2} \right)
 \end{aligned} \tag{A2}$$

其中推導過程已經應用了下列公式

$$\int_0^\infty [1 - \Phi(\omega x)] \cdot e^{\mu^2 x^2} \cdot x^{v-1} dx = \frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi} v \omega^v} \times {}_2F_1 \left(\frac{v}{2}, \frac{v+1}{2}; \frac{v}{2}+1; \frac{\mu^2}{\omega^2} \right) \tag{A3}$$

其中 $\Phi(x) = \text{erf}(x)$ 表示錯誤函數， $\Gamma(x)$ 是 gamma 函數，而 ${}_2F_1(\cdot, \cdot; \cdot; \cdot)$ 是 confluent 超幾何函數。