

二維網格紊流之實驗分析

溫志湧 郭威伸

大葉大學機械工程研究所

彰化縣大村鄉山腳路 112 號

摘要

本研究是利用一種可產生理想二維流的垂直連續式肥皂膜水洞進行二維網格紊流實驗的探討，實驗中以雷射都普勒測速儀 (LDV) 作定量分析，並以流場可視化作定性觀察。經由雷射都普勒測速儀量測在不同肥皂膜寬度、不同位置與不同流速下二維網格紊流之速度微擾功率頻譜 (power spectrum)，藉以研究渦流結合與可壓縮性對於二維網格紊流中的雙向分支 (double-cascade) 理論的影響。實驗結果發現二維網格紊流中之分支區段分佈似乎與可壓縮性無關，而影響其分支區段的因素中以不同量測點位置的影響為甚，二維網格紊流中的分支區段分佈具有間歇性 (intermittency) 之現象。

關鍵詞：肥皂膜水洞，二維網格紊流，雙向分支理論

An Experimental Study on Two-Dimensional Grid Turbulence

CHIE-YUNG WEN and WEI-SHEN KUO

Department of Mechanical Engineering, Da-Yeh University

112 Shan-Jiau Rd., Da-Tsuen, Changhua, Taiwan

ABSTRACT

A new experimental approach for studying the double-cascade theory in two-dimensional (2D) turbulence is presented. A vertical soap-film tunnel and a comb were used to generate the 2D grid turbulence. Flow visualization and measurement of the velocity fluctuations were emphasized in the experiments. A traditional camera was used to visualize the wake behind the grid, with an interest in finding the evolution of the wake vortices and the interactions between nearby vortices. A laser Doppler velocimeter (LDV) was used to measure the velocity fluctuations in the turbulent flow field. The power spectra of the fluctuations were analyzed and compared with the double-cascade theory. The effects of compressibility on 2D turbulence were also investigated by a series of experiments. No effect on the double-cascade spectra was found. The 2D grid turbulence indicated an intermittent double-cascade phenomenon sensitive to the measuring location.

Key Words: soap film tunnel, two-dimensional grid turbulence, double cascade theory

一、前言

紊流的研究一直都是學術界中的熱門課題，科學家們從理論、實驗與數值分析等多方面嘗試去解釋紊流的性質，但至今仍無法完全解開其奧秘，近年來由於電腦的日新月異，人們更嘗試著利用電腦來直接模擬三維的紊流。本研究由二維紊流著手，希望透過實驗分析，從中一窺二維紊流的奧秘與紊流的一些物理基本性質。

二維紊流的理論研究遠多於實驗方面的探討，但無論是理論或是實驗結果都明確的顯示二維紊流與三維紊流間存在著相當大的差異，例如二維紊流的渦流場 (vorticity field) $\vec{\omega}$ 一定只能與速度場 \vec{V} 垂直，因此三維紊流中一重要的紊流產生機制渦流拉伸 (vortex stretching) 便不存在於二維紊流現象中 [14]。二維紊流另一個重要特點是它的 Enstrophy (渦度平方之平均值) 會守恒。在二維紊流中，利用 Kolmogorov [8] 的推論與渦流一些詳細計算的結果都建議雙向分支 (double-cascade) 的觀念 [4, 8-9]，亦即當渦流特徵長度 L 大於能量注入特徵長度 (injection scale) L_{inj} 時，能量分支 (energy cascade) 會由小渦流 (eddies) 傳到大渦流，逆向的能量分支遵循 $k^{-5/3}$ 的定律；但是當 $L < L_{inj}$ 時，Enstrophy 分支卻會由大渦流傳到小渦流，而正向的 Enstrophy 分支則遵循 k^{-3} ，這裡 k 代表波數 (wave number)。這些理論預測都是假設紊流是均質且等向 (homogeneous and isotropic) 的。然而近來許多的數值實驗的結果建議，二維紊流的能量頻譜 (energy spectrum) 可能與上述的理論相去甚遠 [3]。

實驗方面的研究並不多而且也都沒有明顯的結論，Gharib 與 Derango [6] 利用水平連續流動式肥皂膜水洞及 LDV，研究二維噴柱紊流及網格紊流的問題時，發現了 $k^{-5/3}$ 及 k^{-3} 兩個分支區段，然而 $k^{-5/3}$ 區段佔不到三分之一 decade，因此 Kellay 等人 [7] 質疑 Gharib 和 Derango 他們的結論。Kellay 等人 [7] 進而利用垂直連續流動式肥皂膜水洞及 Homodyne Photon Correlation Spectroscopy (HCS) 的量測技術來研究二維網格紊流的問題，HCS 的優點是它可不需利用泰勒紊流凍結假設 (Taylor frozen turbulence hypothesis)，然而缺點是它所能量測二點間頻譜相關性的距離只有 $0.06\text{cm} < L < 0.4\text{cm}$ ，他們的研究結果一樣是沒有明確的定論，特別是他們清楚的發現 k^{-3} 區段，但是沒有觀察到逆向的能量分支 ($k^{-5/3}$ 區段) 現象。Rutgers 等人 [13] 同

樣利用垂直連續流動式肥皂膜水洞研究二維網格紊流，實驗中他們利用抽真空的方式來研究不同大氣壓下，空氣阻力對肥皂膜中二維網格紊流的影響，實驗結果他們也只觀察到了 k^{-3} 區段，且其流場流速皆超過 2m/s ，由於聲波在肥皂膜內是以彈性波的方式傳遞，而厚度為 $10\mu\text{m}$ 的 SDS (sodium dodecyl sulfate) 肥皂膜內的聲速約只有 4m/s [5]，所以此時肥皂膜內已產生可壓縮性的現象，至今均無實驗者對此點做深入的探討。Paret 與 Tabeling [11] 利用電磁場來驅動靜止於一矩形框架內的水平肥皂膜，藉此來產生二維紊流流場，再配合粒子影像測速儀 (particle image velocimeter, PIV) 系統來研究二維紊流時，結果他們只觀察到了 $k^{-5/3}$ 區段。然而上述所有的實驗中皆無提及量測位置是否有改變，因此，吾人將以雷射都普勒測速儀進行定量分析，並改變流速方向 (streamwise) 上不同的量測位置來探討二維網格紊流中的雙向分支。

二、研究方法

(一) 垂直連續流動式肥皂膜水洞

圖 1 所示即為垂直連續式肥皂膜水洞之設計示意圖 [2]。圖中的肥皂溶液供給槽與肥皂溶液收集槽是以壓克力板製作，支架主體則是以角鋼連結而成，總高度目前設計為約 3.2m 。測試段長度設計約為 1m ，自玻璃細管出口至測試段中之擴張整流段約 1m ，測試段寬度設計為可調，範圍約為 $5\text{cm} \sim 10\text{cm}$ ，因此在水頭固定條件下，流場速度亦可由調整測試段寬度來變化。垂直連續式肥皂膜水洞的主要原理是利用表面張力將肥皂膜撐開，唯其流動的動力來源為重力。由於肥皂膜的厚度很薄 (約 $1 \sim 10\mu\text{m}$)，第三維的特徵長度與其他二維比較起來相差甚遠，因此可視為最接近二維的實驗系統，且當流場結構造成肥皂膜厚度微量的改變時，流場即產生牛頓干涉條紋 (newton interference fringes)，這些干涉條紋提供一個生動的流場觀察方法；肥皂膜流動時，藉由重力與肥皂膜兩面的空氣阻力間的力平衡，肥皂膜於是達到終端速度，這也就是測試段中的自由流速度。自由流的速度範圍設計在 $0.5\text{m/s} \sim 3.6\text{m/s}$ ，因此適合用來研究二維網格紊流及探討肥皂膜內所產生之可壓縮性對二維網格紊流的影響。

(二) 實驗用梳子模型之製作

Rutgers 等人 [13] 研究中利用梳子 (comb) 產生二維網格紊流流場，因此在二維網格紊流模型製作上參考其型

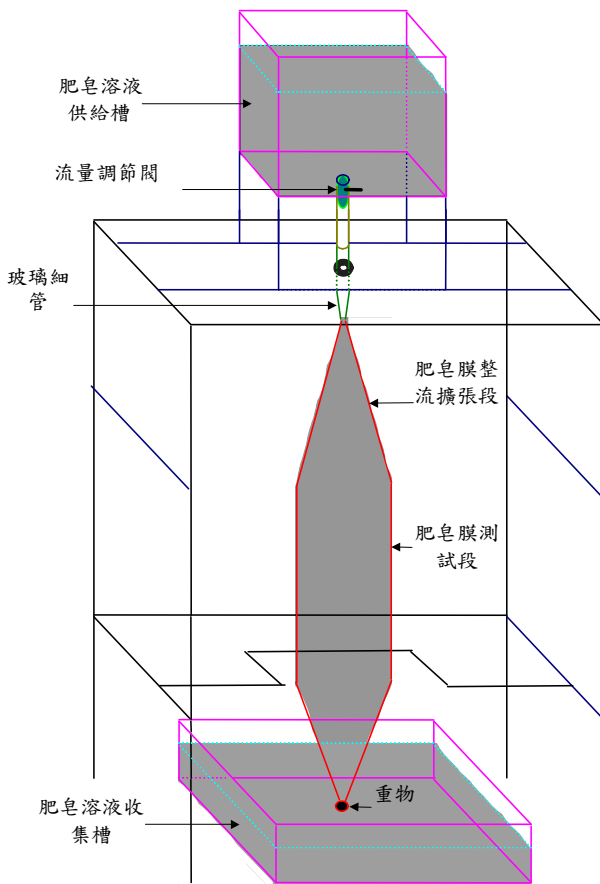


圖 1. 垂直連續流動式肥皂膜水洞示意圖 [2]

式，製作兩型梳子分別為：Comb-A 梳子每一齒的直徑為 1mm，相鄰兩齒間的中心軸間隔 3mm；Comb-B 梳子每一齒的直徑為 1.8mm，相鄰兩齒間的中心軸間隔 3mm，且 A、B 兩種梳子皆有寬度為 3cm、5cm 和 7.5cm 三種不同尺寸，用以比較在不同肥皂膜寬度、不同量測位置與不同流速之流場條件下，二維網格紊流實驗的結果。

(三) 雷射都卜勒測速系統 (LDV)

實驗時所使用量測肥皂膜流場流速的儀器是 LDV 系統，LDV 具有不接觸流場不影響流場的特性，因此非常適合用來量測肥皂膜流場的速度。圖 2 所示為肥皂膜水洞使用 LDV 量測系統示意圖。首先從 LDV 模組分光出來的兩道平行雷射光束 ab 光束和 cd 光束（與 x 軸平行），然後利用方形反射鏡向上反射成與 y 軸平行的 ef 和 gh 兩道光束，再經由圓形反射鏡將其反射成平行於 z 軸之光束，最後藉由一焦距 300mm，直徑 100mm 的聚焦鏡將其聚焦於肥皂膜上，如此一來便能量測到所需要的訊號數值。

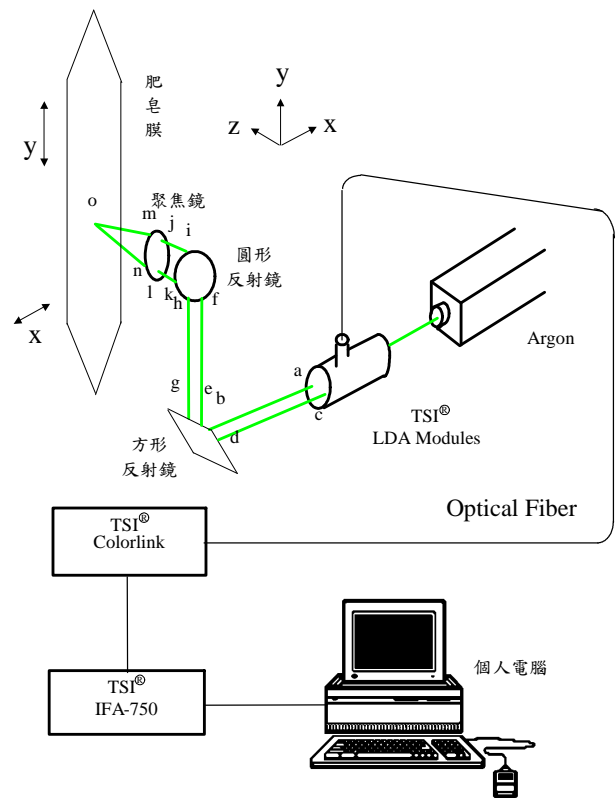


圖 2. 肥皂膜水洞中 LDV 量測系統示意圖

(四) 肥皂膜黏滯係數的決定

至今二維流場的黏滯係數 (viscosity) 在文獻上尚無直接的量測方法，因此肥皂膜的黏滯係數是採用 Gharib 與 Derango [6] 的間接量測方法，他們假設在低雷諾數時，流體的二維黏滯係數與其在三維流場中的表現相同，於是他們應用 Roshko [12] 著名的經驗關係式

$$St = Fd/U = 0.212 - 4.5/Re \quad (1)$$

來決定流場的雷諾數 (reynolds number, Re)，式中的 St 代表史綽荷數 (Strouhal number)， F 代表渦流釋放頻率， d 是圓柱的直徑， U 是自由流速度，他們是用圓柱實驗來校正肥皂膜的黏滯性，圖 3 為使用 LDV 量測渦流釋放頻率之一例，本例使用 1% 肥皂液及直徑 2.7mm 之圓棒進行量測，圖中尖點所指示的頻率即為渦流釋放頻率 $F = 49.07\text{Hz}$ ， $U = 0.85\text{ m/s}$ ，所得之 $St = 0.156$ 。雷諾數決定後，便可依據

$$Re = Ud/\nu \quad (2)$$

的關係式求得肥皂膜的黏滯係數 (ν) 為 $2.86 \times 10^{-5} \text{m}^2/\text{s}$ ，實

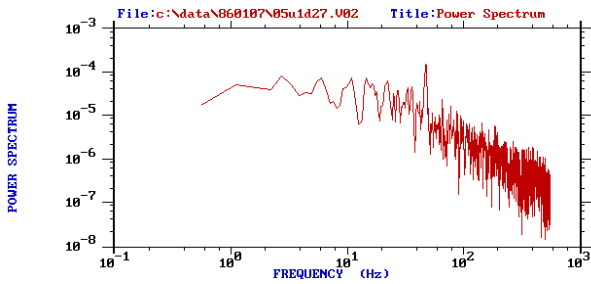


圖 3. 使用 LDV 量測渦流釋放頻率所得之典型頻譜分析圖

驗中選用 Ivory 中性濃縮洗碗精加水稀釋至 1% 的肥皂溶液。

(五) 肥皂膜之平均厚度量測

實驗時以 LDV 量測肥皂膜之斷面自由流速度流場分佈圖，再將其速度分佈圖作多項式曲線回歸，計算其曲線方程式，並將其曲線方程式作積分，再將積分結果除以肥皂膜寬度，便得到該流場之平均速度。

實驗時將肥皂膜撐開使其不斷流動一固定時間，並收集流下的肥皂溶液，量測其體積後，再除此固定時間，便得到此流場的體積流率，並藉由回歸後之數據計算得該流場的平均速度；最後將計算得到的體積流率除以該流場的平均速度與肥皂膜寬度，便得到此流場的肥皂膜平均厚度。

(六) 肥皂膜內之聲速－厚度關係校正

肥皂膜內的聲速－厚度關係量測主要是沿用 Wen 等人 [15] 與 Liang [10] 的實驗方法，研究中使用圖 4 的光學儀器設備 [1]，肥皂膜厚度的校正量測為運用三種不同波長的光混合成一白光光束，混合光束是由氫雷射 (coherent innova 90, λ=488 and 514 nm) 與氬－氛雷射 (melles griot 05-LHP-991, λ=632.8 nm) 所組成，混合光束打到肥皂膜面線掃描 CCD 掃描線的中心量測點上，其反射光經過稜鏡時因波長之不同分離出紅、綠、藍三種不同顏色的光，運用不同波長對厚度變化有不同折射率特性的原理，以面攝影機 (512 x 512 pixels - 30 Hz) 擷取此三色光隨時間而明暗交替變化的之影像，並於電腦中分析出此影像隨時間變化的亮度值，再比較亮度值對時間之理論曲線圖，即得肥皂膜之厚度 (詳見張簡相國 [1])。

實驗時藉由火花產生器 (spark control) 在肥皂膜面的頂端輕彈，瞬間產生擾動而造成肥皂膜中音波的傳遞，利用線掃描攝影機 (line scan CCD camera-20KHz) 將直立的肥皂膜面中心線上微擾傳遞狀況掃描至電腦中 (如圖 5 所

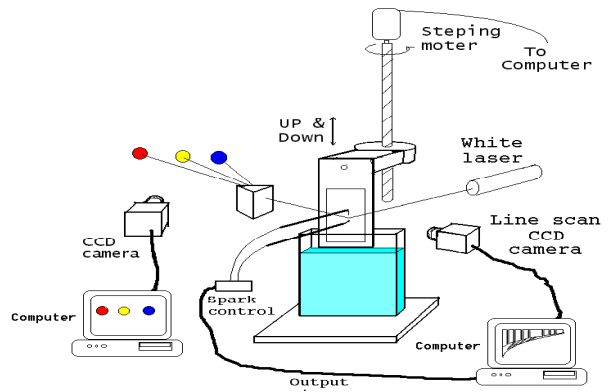


圖 4. 肥皂膜厚度量測實驗的設備與相關技術示意圖 [1]

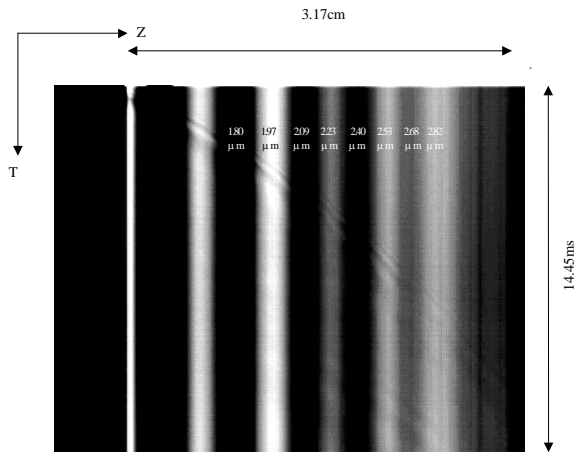


圖 5. 肥皂膜內的音波軌跡圖

示)，圖中可清楚看到從頂端傳遞至底端為一條曲線而非直線，此曲線即為肥皂膜內的音波軌跡，由圖可知肥皂膜中的聲速與肥皂膜厚度有十分密切的關係。圖 5 中縱向之黑白相間干涉條紋是由於重力所產生之厚度變化，即不同黑白條紋分別代表不同之厚度。將此音波曲線軌跡利用 $Z = a \times T^b$ - Power Law 函數作曲線回歸，所得曲線如圖 6 所示，圖中圓點為圖 5 中 Line Scan CCD 照片所得之實驗軌跡為真實座標，實線代表回歸曲線，並由其斜率可找出任一點的速度，肥皂膜內不同厚度之聲波速度約為 3m/s ~5m/s。

為了校正圖 6 中不同厚度下之聲速，由此肥皂膜中聲速數據以內差法即可計算出各個不同平均厚度下之聲速 (a)，再將流場流速 (U) 與其相除，便可得到該平均厚度下之馬赫數 ($M = U/a$)。表 1 為肥皂膜於不同寬度與不同流速下之馬赫數。

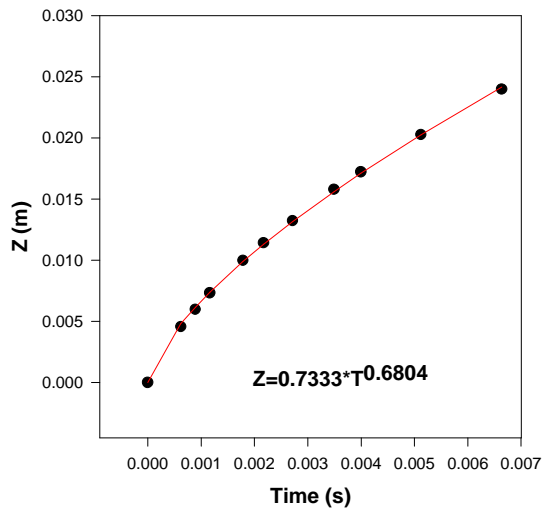


圖 6. 肥皂膜中典型音波軌跡相對時間圖

表 1. 肥皂膜於不同寬度與不同流速之馬赫數

肥皂膜寬度 流速(m/s)	3cm	5cm	7.5cm
1.2	0.22	0.18	0.10
1.5	0.40	0.38	0.30
1.8	0.60	0.58	0.51
2.0	0.74	0.71	0.65

(七) 二維網格紊流實驗

實驗中選用的肥皂液濃度為 1%，肥皂膜寬度 w 為 30mm、50mm 和 75mm，自由流速度分別為 1.2m/s、1.5m/s、1.8m/s 和 2.0m/s 間，針對 Comb-A 和 Comb-B 進行二維網格紊流實驗量測。實驗以 LDV 量測梳子下游 $y=50\text{mm}$ 、100mm 和 200mm (y 為梳子位置到 LDV 量測點間之距離) 速度微擾的功率頻譜分析。

圖 7 顯示肥皂膜於不同寬度下以自由流速度 1.2m/s 流過 Comb-A ($d=1.0\text{mm}$) 後不同位置的速度微擾功率頻譜，結果顯示在較近距離 $y=50\text{mm}$ 肥皂膜寬度為 30mm 時，只發現 $k^{-5/3}$ 的逆向能量分支 (參見圖 7(a))，但在相同肥皂膜寬度， $y=200\text{mm}$ 時，量測結果卻發現存在一個 k^{-3} 的正向 Enstrophy 分支 (參見圖 7(c))。圖 7(b) 是在 $y=200\text{mm}$ 的位置肥皂膜寬度為 75mm 在自由流為 1.2m/s 肥皂膜流過 Comb-A 後之功率頻譜，所量測到的結果發現有 $k^{-5/3}$ 和 k^{-3} 兩個分支區段，與 Gharib 與 Derango [6] 的研究發現相似，且本實驗中兩個分支區段都接近或超過一個 decade，所以實驗結果發現有類似雙向分支理論中的 $k^{-5/3}$ 和 k^{-3} 兩個分支區

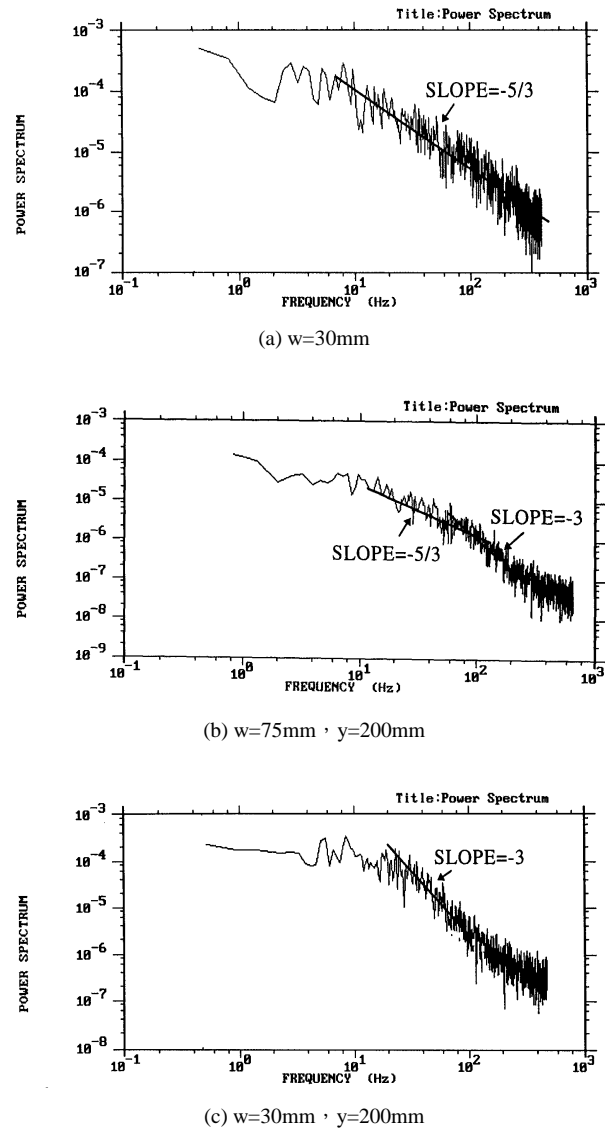


圖 7. 二維網格紊流之速度微擾分析。U=1.2m/s, d=1.0mm

段存在。圖 7(b) 及 7(c) 中速度微擾功率頻譜在較高頻部分似乎又有另一接近 $k^{-5/3}$ 的逆向能量分支，然因為此 $k^{-5/3}$ 區段佔不到三分之一 decade，與先前 Gharib 與 Derango 他們的研究結果相似，如 Kellay 等人 [7] 質疑 Gharib 與 Derango 的研究結果的論點一樣，圖 7(b) 及 7(c) 中較高頻部分接近 $k^{-5/3}$ 的逆向能量分支區段將留待未來研究中，再以提高取樣頻率的方式深入探討，以取得較有結論性的實驗成果。

三、結果與討論

(一) 二維網格紊流 LDV 量測實驗

1. 不同測試區寬度對二維網格紊流分支之影響

表 2 是肥皂膜寬度為 30mm 時在不同流速與不同位置下

以 LDV 量測其功率頻譜之結果，其結果顯示在 $y=50\text{mm}$ 時，不論是 Comb-A ($d=1.0\text{mm}$) 或是 Comb-B ($d=1.8\text{mm}$) 在不同速度下均呈現的 $k^{-5/3}$ 區段。在 $y=100\text{mm}$ 與 200mm 時，不論是 Comb-A 及 Comb-B 的例子，皆呈現出 k^{-3} 的區段。

表3是肥皂膜寬度為 50mm 時在不同流速與不同位置下以 LDA 量測其功率頻譜之結果，其結果顯示在 $y=50\text{mm}$ 時，不論是 Comb-A 或是 Comb-B 在不同速度下均呈現的 $k^{-5/3}$ 區段且當 $U=1.8\text{m/s}$ 與 2.0m/s 更出現 $k^{-5/3}$ 與 k^{-3} 雙向分支並存的區段。在 $y=100\text{mm}$ 時，不論是 Comb-A 及 Comb-B 的例子，皆呈現出 k^{-3} 的區段。在 $y=200\text{mm}$ 時，不論是 Comb-A 及 Comb-B 的例子，皆呈現出的 $k^{-5/3}$ 區段。

表 2. 肥皂膜寬度為 30mm 時在不同流速 (Re) 與不同位置下以 LDV 量測其功率頻譜之結果 (d 為梳子的直徑，y 為梳子位置到 LDV 量測點間之距離)

位置 流速 M (Re)		y=50mm		y=100mm		y=200mm	
		d=1.0 mm	d=1.8 mm	d=1.0 mm	d=1.8 mm	d=1.0 mm	d=1.8 mm
1.2 m/s (Re=125)	0.22	$\kappa^{-5/3}$	$\kappa^{-5/3}$	κ^{-3}	κ^{-3}	κ^{-3}	κ^{-3}
1.5 m/s (Re=157)	0.40	$\kappa^{-5/3}$	$\kappa^{-5/3}$	κ^{-3}	κ^{-3}	κ^{-3}	κ^{-3}
1.8 m/s (Re=190)	0.60	$\kappa^{-5/3}$	$\kappa^{-5/3}$	κ^{-3}	κ^{-3}	κ^{-3}	κ^{-3}
2.0 m/s (Re=210)	0.74	$\kappa^{-5/3}$	$\kappa^{-5/3}$	κ^{-3}	κ^{-3}	κ^{-3}	κ^{-3}

表 3. 肥皂膜寬度為 50mm 時在不同流速 (Re) 與不同位置下以 LDV 量測其功率頻譜之結果 (d 為梳子的直徑，y 為梳子位置到 LDV 量測點間之距離)

位置 流速 M (Re)		y=50mm		y=100mm		y=200mm	
		d=1.0 mm	d=1.8 mm	d=1.0 mm	d=1.8 mm	d=1.0 mm	d=1.8 mm
1.2 m/s (Re=125)	0.18	$\kappa^{-5/3}$	$\kappa^{-5/3}$	κ^{-3}	κ^{-3}	$\kappa^{-5/3}$	$\kappa^{-5/3}$
1.5 m/s (Re=157)	0.38	$\kappa^{-5/3}$	$\kappa^{-5/3}$	κ^{-3}	κ^{-3}	$\kappa^{-5/3}$	$\kappa^{-5/3}$
1.8 m/s (Re=190)	0.58	$\kappa^{-5/3}$ κ^{-3}	$\kappa^{-5/3}$ κ^{-3}	κ^{-3}	κ^{-3}	$\kappa^{-5/3}$	$\kappa^{-5/3}$
2.0 m/s (Re=210)	0.71	$\kappa^{-5/3}$ κ^{-3}	$\kappa^{-5/3}$ κ^{-3}	κ^{-3}	κ^{-3}	$\kappa^{-5/3}$	$\kappa^{-5/3}$

表4是肥皂膜寬度為 75mm 時在不同流速與不同位置下以 LDA 量測其功率頻譜之結果，其結果顯示在 $y=200\text{mm}$ 時，Comb-A 或 Comb-B 在不同速度下均呈現的 $k^{-5/3}$ 與 k^{-3} 雙向分支區段。在 $y=100\text{mm}$ 時，Comb-A 與 Comb-B 在不同流速下，皆呈現出 k^{-3} 的區段。但在 $y=50\text{mm}$ 時， $k^{-5/3}$ 、 $k^{-5/3}$ 與 k^{-3} 並存、 k^{-3} 區段隨不同流速交互出現。

此外，在 $y=100\text{mm}$ 時，參見表 2、表 3 與表 4，可發現不論在 Comb-A 及 Comb-B 的情況或在不同的肥皂膜寬度與不同的流速，其數據顯示所出現的區段皆為 k^{-3} ；在另外兩個量測點 ($y=50\text{mm}$ 與 $y=200\text{mm}$) 其數據顯示 $k^{-5/3}$ 、 $k^{-5/3}$ 與 k^{-3} 並存、 k^{-3} 的區段交互出現。

表 3 中流速為 1.2m/s 與 1.5m/s 時，分支區段由 $k^{-5/3}$ ($y=50\text{mm}$) 變為 k^{-3} ($y=100\text{mm}$) 之後又回到 $k^{-5/3}$ ($y=200\text{mm}$)，其變換的過程具有間歇性 (intermittency) 之現象。

2. 不同量測位置對二維網格紊流分支之影響

表 2 與表 3 中 $y=50\text{mm}$ 時，在不同流速與不同肥皂膜寬度下以 LDV 量測其功率頻譜之結果顯示，Comb-A ($d=1.0\text{mm}$) 或是 Comb-B ($d=1.8\text{mm}$) 於流速為 1.2m/s 與 1.5m/s ，其結果皆顯示 $k^{-5/3}$ 區段，而在肥皂膜寬度為 75mm 時 (表 4)；流速 1.5m/s 時，分支區段則由 $k^{-5/3}$ 區段變為 k^{-3} 的區段；當流速增加為 1.8m/s 與 2.0m/s 時，於不同流速與不同肥皂膜寬度下的分支區段，則有 $k^{-5/3}$ 與 k^{-3} 兩區段共存或是兩區段交互出現。

表 4. 肥皂膜寬度為 75mm 時在不同流速 (Re) 與不同位置下以 LDV 量測其功率頻譜之結果 (d 為梳子的直徑，y 為梳子位置到 LDV 量測點間之距離)

位置 流速 M (Re)		y=50mm		y=100mm		y=200mm	
		d=1.0 mm	d=1.8 mm	d=1.0 mm	d=1.8 mm	d=1.0 mm	d=1.8 mm
1.2 m/s (Re=125)	0.10	$\kappa^{-5/3}$	$\kappa^{-5/3}$	κ^{-3}	κ^{-3}	$\kappa^{-5/3}$ κ^{-3}	$\kappa^{-5/3}$ κ^{-3}
1.5 m/s (Re=157)	0.30	κ^{-3}	κ^{-3}	κ^{-3}	κ^{-3}	$\kappa^{-5/3}$ κ^{-3}	$\kappa^{-5/3}$ κ^{-3}
1.8 m/s (Re=190)	0.51	$\kappa^{-5/3}$ κ^{-3}	$\kappa^{-5/3}$ κ^{-3}	κ^{-3}	κ^{-3}	$\kappa^{-5/3}$ κ^{-3}	$\kappa^{-5/3}$ κ^{-3}
2.0 m/s (Re=210)	0.65	κ^{-3}	κ^{-3}	κ^{-3}	κ^{-3}	$\kappa^{-5/3}$ κ^{-3}	$\kappa^{-5/3}$ κ^{-3}

$y=100\text{mm}$ 時，在不同流速與不同肥皂膜寬度下以 LDV 量測其功率頻譜之結果顯示，Comb-A 與 Comb-B 其分支區段均一致的呈現 k^{-3} 區段。

$y=200\text{mm}$ 時，在不同流速與不同肥皂膜寬度下以 LDV 量測其功率頻譜之結果顯示，肥皂膜寬度為 30mm 時（表 2），Comb-A 與 Comb-B 之分支區段皆呈現 k^{-3} 區段；肥皂膜寬度為 50mm 時（表 3），不論是 Comb-A 或是 Comb-B 分支區段均呈現 $k^{-5/3}$ 區段；而肥皂膜寬度為 75mm 時，不論是 Comb-A 或是 Comb-B 其數據均顯示 $k^{-5/3}$ 與 k^{-3} 並存的區段。

由以上之結果發現，不同肥皂膜寬度、不同流速與不同位置對二維網格紊流有不同程度的影響，其中以不同位置的影響最為顯著；實驗研究並發現二維網格紊流中雙向分支的確存在，此與 Gharib 與 Derango [6] 的研究發現相似，但與 Kellay 等人 [7] 之研究結果有很大的差異，因為他們只清楚的發現 k^{-3} 區段，沒有觀察到逆向的能量分支（ $k^{-5/3}$ 區段）現象，這與 $y=100\text{mm}$ 時，分支區段均一致地呈現 k^{-3} 區段是相同的，其原因可能是實驗者只量測某一定點位置附近，所以，其實驗結果才會只出現 k^{-3} 區段。此外，不同量測位置因肥皂膜寬度不同時有著不同程度的渦流結合，渦流結合也可能是影響分支區段分佈的另一重要因素，其也是本研究之重要變因之一。

3. 可壓縮性對二維網格紊流分支之影響

表 2 顯示肥皂膜寬度為 30mm 時在不同流速下之馬赫數與不同位置下以 LDV 量測其功率頻譜之結果，流速在 1.2m/s 、 1.5m/s 、 1.8m/s 與 2.0m/s 之下，肥皂膜流的馬赫數分別為 0.22 、 0.40 、 0.60 與 0.74 ，其結果顯示分支區段之分佈非常一致， $y=50\text{mm}$ 時，於不同的馬赫數下所出現的區段皆為 $k^{-5/3}$ ； $y=100\text{mm}$ 與 $y=200\text{mm}$ 時，於不同的馬赫數下所出現的區段皆為 k^{-3} 。

表 3 顯示肥皂膜寬度為 50mm 時在不同流速下之馬赫數與不同位置下以 LDV 量測其功率頻譜之結果，流速在 1.2m/s 、 1.5m/s 、 1.8m/s 與 2.0m/s 之下，肥皂膜流的馬赫數分別為 0.18 、 0.38 、 0.58 與 0.71 ，其結果顯示分支區段的分佈，除了 $y=50\text{mm}$ 時，流速在 1.8m/s 與 2.0m/s ， $k^{-5/3}$ 與 k^{-3} 兩個區段前後出現不太一致外； $y=100\text{mm}$ 時，於不同的馬赫數下所出現的區段皆為 k^{-3} ； $y=200\text{mm}$ 時，於不同的馬赫數下所出現的區段皆為 $k^{-5/3}$ 。

表 4 顯示肥皂膜寬度為 75mm 時在不同流速下之馬赫數

與不同位置下以 LDA 量測其功率頻譜之結果，流速在 1.2m/s 、 1.5m/s 、 1.8m/s 與 2.0m/s 之下，肥皂膜流的馬赫數分別為 0.10 、 0.30 、 0.51 與 0.65 ，其結果顯示分支區段的分佈，除了在 $y=50\text{mm}$ 時， $k^{-5/3}$ 與 k^{-3} 兩個區段先後出現不一致外； $y=100\text{mm}$ 時，於不同的馬赫數下所出現的區段皆為 k^{-3} ； $y=200\text{mm}$ 時，於不同的馬赫數下所出現的區段皆為 $k^{-5/3}$ 、 k^{-3} 。

實驗的結果顯示，不同的馬赫數下其分支區段分佈，除了表 3 與表 4 於 $y=50\text{mm}$ 時有不同的分支區段出現外；其它情況下，二維網格紊流中之分支區段皆不受影響，因此，肥皂膜內所產生之可壓縮性對分支區段似乎沒有顯著直接影響。

(二) 流場可視化

圖 8(a) 為肥皂膜自由流於 $Re=30$ 下流過梳狀模型之可視化照片，圖中顯示在每一個梳狀模型之圓柱背面緊貼著兩個旋轉方向相反附著渦流（attached vortices），尾隨一長而穩定的直線流場，在遠離梳狀模型下游之流場呈現相當穩定之均勻層流流場。

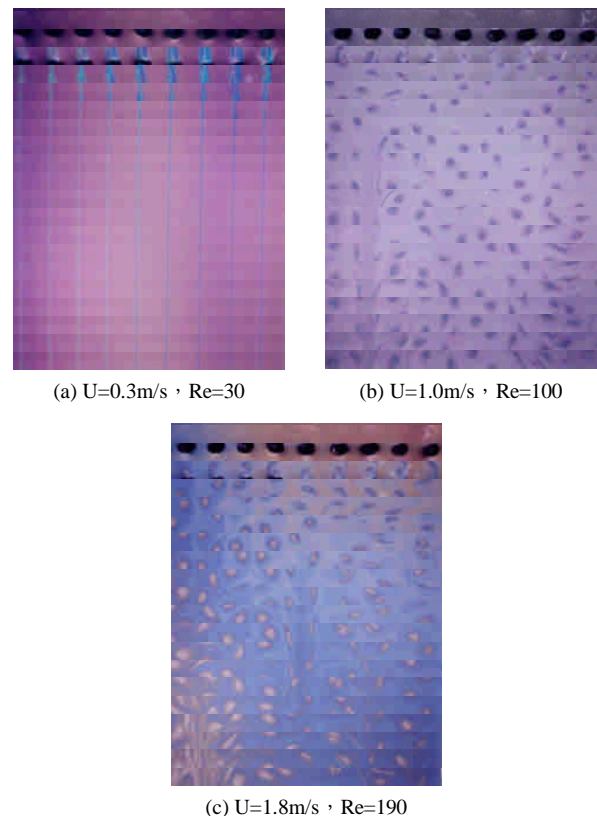


圖 8. 肥皂膜自由流於不同雷諾數下流過梳狀模型之流場可視化照片

當雷諾數增加 $Re=100$ 時，因流場不穩定性因素使得附著渦流形成上下交互釋放的馮卡門渦流 (Von Kármán vortices) 現象，在每一梳狀模型圓柱後方仍可清楚看出一道規則的馮卡門渦街 (Von Kármán vortex street)，而每一個圓柱後方的兩個對稱渦流結構已遭破壞，這些渦流釋出 (vortex shedding) 會相互碰撞與結合形成網格式之紊流，如圖 8(b) 所示。

隨著雷諾數再增加時 $Re=190$ 如圖 8(c)，每一梳狀模型圓柱後方渦流，已開始相互碰撞與結合，原先的規則馮卡門渦街已遭破壞，取而代之的是更不規則的回流區，圖中圓柱後方下游之渦流不斷地互相碰撞擠壓而變形，同時渦流亦相互做結合，使流場呈現出亂中有序之網格式的紊流流場。

此渦流結合之現象因不同位置、不同測試區寬度與不同流速 (Re) 有不同的紊流流場，未來研究中將針對渦流結合所產生的特徵長度 (最大渦流尺寸) 與能量注入特徵長度 (injection Scale) L_{inj} 之關係作進一步研究。

四、結論

在二維網格式紊流實驗探討中，吾人於不同肥皂膜寬度、不同量測點位置與不同流速下，經由 LDA 量測垂直連續流動式肥皂膜水洞中之二維網格式紊流性質，透過速度微擾的功率頻譜分析，發現存在有二維紊流中的雙向分支理論，這結果與 Gharib 與 Derango [6] 他們發現的 $k^{-5/3}$ 及 k^{-3} 兩個分支區段 (但 $k^{-5/3}$ 區段佔不到三分之一 decade) 相似，但與其他實驗者只發現單一區段 ($k^{-5/3}$ 或 k^{-3}) 有所不同；且本實驗中發現二維網格式紊流中的 $k^{-5/3}$ 分支區段接近一個 decade，較 Gharib 與 Derango 顯著。

當流場流速超過 $2m/s$ 時，肥皂膜內所產生的可壓縮性更是研究的一大重點，藉由量測肥皂膜於不同厚度下的聲速，探討肥皂膜內所產生的可壓縮性對二維網格式紊流的影響，實驗中發現二維網格式紊流中的分支區段似乎與可壓縮性無直接關聯，而影響其分支區段的重要因素為不同肥皂膜寬度、不同量測點位置與不同流速，其中以不同量測點位置的影響為甚。實驗結果並發現，二維網格式紊流中之分支區段分佈具有間歇性，其分支區段分佈皆是由 $k^{-5/3}$ 變為 k^{-3} 或 $k^{-5/3}$ 與 k^{-3} 兩者並存的情形。

二維網格式紊流過去的數值理論預測都是假設紊流是均質且等向 (homogeneous and isotropic)，而在實驗探討方面，因為實驗的條件皆為衰變紊流 (decaying turbulence)，因

此，兩者之間的差異即是在於均質且等向假設，這也造成數值理論與實驗探討結果的不同，使得許多數值計算者建議的雙向分支之觀念，在實驗探討中分支區段分佈只出現單一區段的現象，未來將進行均質紊流 (homogenous turbulence) 與衰變紊流 (decaying turbulence) 之比較研究，以對二維網格式紊流作進一步探討。

參考文獻

1. 張簡相國 (民 87)，肥皂膜震波實驗之研究，大葉大學機械研究所碩士論文。
2. 莊志賢 (民 86)，垂直連續式肥皂膜水洞之研製與二維流實驗 (PART I) 圓形震波管系統之研製 (PART II)，大葉工學院機械研究所碩士論文。
3. Babiano, A., C. Basdevant, B. Legras and R. Sadourn (1987) Vorticity and passive-scalar dynamics in two-dimensional turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 183, 379-397.
4. Batchelor, G. K. (1969) Computation of the energy spectrum in homogeneous two-dimensional turbulence. *Physics of Fluids*, 12, II-233-II-239.
5. Couder, Y., J. M. Chomaz and M. Rabaud (1989) On the hydrodynamics of soap films. *Physica D* 37, 384-406.
6. Gharib, M. and P. Derango (1989) A liquid film (soap film) tunnel to study two-dimensional laminar and turbulent shear flows. *Physica D* 37, 406-416.
7. Kellay, H., X. I. Wu and W. I. Goldburg (1995) Experiments with turbulent soap films. *Physical Review Letters*, 74(20), 3975-3978.
8. Kraichnan, R. H. (1967) Inertial ranges in two-dimensional turbulence. *Physics of Fluids*, 10(7), 1417-1423.
9. Leith, C. E. (1967) Diffusion approximation to inertial energy transfer in isotropic turbulence. *Physics of Fluids*, 10(7), 1409-1416.
10. Liang, N. Y. (1997) *The Bursting of Soap Films*. Ph. D. Dissertation. National Taiwan University, Taiwan.
11. Paret, J. and P. Tabeling (1997) Experimental observation of the two-dimensional inverse energy cascade. San Francisco, Abstract Book, *American Physics Society*, 42(11), 2117-2117.
12. Roshko, A. (1953) *On the Development of Turbulent Wake from Vortex Street*, NACA Technical Note 2913.

-
13. Rutgers, A., X-I. Wu and W. I. Goldberg (1996) Two-dimensional velocity profiles and laminar boundary layers in flowing soap films. *Physics of Fluids*, 8(9), 2847-2854.
14. Tritton, D. J. (1988) *Physical Fluid Dynamics*, 2nd Ed. Oxford Science Publications, Oxford.
15. Wen, C. Y., Y. M. Chen and S. K. Chang-Jian (2001) A soap film shock tube to study two-dimensional compressible flows. *Experiments in Fluids*, 31, 19-25.
- 收件：94.09.27 修正：94.11.02 接受：94.12.20