Journal of Science and Engineering Technology, Vol. 11, No. 2, pp.1-16 (2015)

水下爆炸引致巨大空蝕區造成船艦結構動態效應分析

梁卓中¹ 徐慶瑜^{2*} 鄧作樑³ 許朝約⁴ ¹大葉大學機械與自動化工程學系 **51591** 彰化縣大村鄉學府路 168 號 ^{2*}海軍軍官學校船舶機械學系 81345 高雄市左營區軍校路 669 號 ³修平科技大學機械工程系 41280 台中市大里區工業路 11 號 ⁴漢育工業股份有限公司 50544 彰化縣鹿港鎭鹿工南五路 28 號 ^{*}cyhsu@mail.cna.edu.tw

摘要

水下爆炸有兩個主要階段,分別為爆震波(Shock wave)與氣泡脈動(Bubble pulse)階段。 本研究主要探討水下爆炸引致巨大空蝕區造成船艦結構墜落時之結構動態效應,水下爆炸發生 後,於接近自由液面處,會構成一個爆炸「氣體-水-空氣」的系統,當爆震波與自由液面的交 互作用下,會產生了巨大空蝕區(Bulk cavitation)。此巨大空蝕區效應對水面的船體結構具有 一定的損傷程度,故水下爆炸後船體結構的整體效應分析,必須將巨大空蝕之影響納入考量。

本文以巨大空蝕為研究對象,首先以 Matlab 軟體為工具,探討 400 公斤重的 TNT 炸藥, 在水深 68 公尺處,計算其巨大空蝕區(Bulk cavitation)。其次利用 ABAQUS 有限元素軟體為 工具,運用 CEL (Couple Eulerian-Lagrangian)理論,並與 Ramajeyathilagam 和 Vendhan[14]探 討平板在受水下爆炸衝擊後,平板變形之實驗結果進行驗證;最後以某型船艦為對象,探討船 體結構在巨大空蝕區墜落之損傷分析;本研究之成果可提供船艦結構設計者進行船體結構設計 時使用。

關鍵詞:水下爆炸,爆震波、氣泡脈動、巨大空蝕。

Structural Responses of Ships Subjected to Bulk Cavitation Induced by Underwater Explosions

CHO-CHUNG LIANG¹, CHING-YU HSU^{2*}, TSO-LIANG TENG³ and CHAO-CHUN HSU⁴

 ¹Department of Mechanical and Automation Engineering, Da-Yeh University No.168, University Rd., Dacun, Changhua 51591, Taiwan, R.O.C.
 ^{2*}Department of Marine Mechanical Engineering, R.O.C. Naval Academy

No.669, Junxiao Rd., Zuoying District, Kaohsiung City 81345, Taiwan, R.O.C.

³Hsiuping University of Science and Technology No.11 Gongye Rd, Dali Dist., Taichung City 41280, Taiwan, R.O.C. Han Yale Industry Company No.28, Lugong S. 5th Rd., Lukang Township, Changhua County 50544, Taiwan, R.O.C. *cyhsu@mail.cna.edu.tw

ABSTRACT

An underwater explosion usually contains two stages: shock wave and bubble pulse stages. A shock wave and free surface interaction produces a bulk cavitation. At the bubble pulse stage, the bubble expands and contracts during the collapse phase of the bubble, and a high-speed jet is produced. Bulk cavitation and high-speed jets may severely damage the structure of a ship. Therefore, this paper presents a study on the effect of bulk cavitation on structures in an underwater explosion.

To investigate the aforementioned problems, the Finite Element Method was applied. The Coupled Eulerian-Lagrangian technique embedded in ABAQUS software was used to determine the structural dynamic response of a ship subject to bulk cavitation induced by underwater explosion during a simulation. Furthermore, in this paper, the response of a plate to the shock wave induced by the underwater explosion is examined and verified according to the experimental study of Ramajeyathilagam [14]. To study the effects of bulk cavitation, a ship model was used as the study object. The numerical results in this study may provide helpful information for ship design.

Key Words: underwater explosion, shock wave, bubble pulse, bulk cavitation.

一、緒論

水中爆炸產生之爆震波、氣泡脈衝波及二次壓力波 等,對船艦造成嚴重破壞,水下爆炸分為兩類:非接觸性 爆炸及接觸性爆炸,非接觸性水下爆炸,可使船體產生嚴 重的破損而導致艦艇沉沒,或是引發船體劇烈振動及塑性 變形,雖不影響船艦的漂浮能力,卻足以破壞船艦機械設 備和電子儀器,使船艦失去戰鬥力;直接擊中船艦為接觸 性爆炸,對船體結構、設備及人員造成極大之破壞。因 此,對水下爆炸過程之了解,以及如何增加船艦結構及設 備之抗爆震能力成為極重要的研究課題。

水下爆炸初始階段產生爆震波(Shock wave),氣泡脈 衝(Bubble pulse)緊接而來。而當震波傳遞到自由液面時, 會在水面產生巨大之垂直噴射水柱(Water Plume),如圖1 所示[22]。爆震波反射會產生空蝕現象(Cavitation),以往 水中爆炸對船舶結構之損傷研究,大多著重初始爆震波及 氣泡之影響,而忽略具同等重要的水面切斷效應(Surface Cut-off Effect)、巨大空蝕(Bulk Cavitation)及局部空蝕 (Local Cavitation)對船舶結構損傷的影響。當平面壓縮震 波衝擊到自由液面時,水面切斷即發生,隨即由水面呈張 力型態反射,如圖2所示[17],並與隨即而來的壓縮衝擊波



圖 1. 水下爆炸所產生的水柱(Water plume)[22]



圖 2. 水下爆炸震波傳遞示意圖[17]

交互作用抵消且產生微小負壓,此時對接近之自由液面之 艦艇而言,作用於其船殼上爆震波壓力負載可能瞬間降到 周遭的壓力(Ambient Pressure)。此時,如有其他重複負 載(Reloading)發生(如氣泡脈衝壓力),將會造成水下 船殼向上移動,對船體結構造成重大的影響。

水下爆炸引致巨大空蝕現象如圖 3 所示[21],係因震波 接觸空氣-水域交界的自由液面反射時發生,壓縮震波由自 由液面反射時以張力波(Tension Wave)或是疏鬆波 (Rarefaction Wave)形式反射,此現象之發生乃因空氣密 度約為海水的 1/1000 倍,因此空氣粒子無法激起足夠的動 能以傳遞來自海水的入射壓力,所以入射衝擊波(Incident Shock Wave)會反射成等強度之反射波。由於水並不能承受 合成之張力負荷,因而開始產生空蝕。空蝕的區域形成了 一巨大空蝕層,如圖 4 所示[17],具有上、下邊界(Upper and Lower Boundary)且由爆炸中心位置朝徑向方向離開, 巨大空蝕區之上、下邊界乃是炸藥的尺寸、形式及安放位 置的函數。



圖 3. 白色區域爲震波在自由液面反射所導致巨大空蝕區[21]



圖 4. 巨大空蝕區上邊界與下邊界[17]

空蝕所產生巨大空蝕區域上、下邊界,有如拉鍊邊的 接近,在空蝕邊上方的水層向下接近空蝕邊下方的水層, 造成了類似水槌(Water hammer)的效應,此時會送出一壓 力波(空蝕脈動波),如果船舶處於空蝕區,此時將發生重 複負荷(Reloading),此負荷對船舶結構造成的損傷可能 比水下爆炸初始壓力波所產生的損傷來的更高。伴隨爆炸 所產生之氣泡,其最初的高壓在爆震波向外傳遞之後也迅 速衰退,不過仍然遠大於周圍的靜水壓力,故其半徑會迅 速增加。此擴張的過程會持續一段時間,氣泡內壓力和周 圍靜水壓力相當時,由於慣性氣泡仍繼續向外擴張,至氣 泡內壓力小於外界壓力且上下靜水壓力不同,將導致氣泡 的崩潰,此時氣泡體積被迅速壓縮至內部壓力大於周圍靜 水壓力時,於是再開始第二次向外膨脹,此往復膨脹和收 縮的過程稱為氣泡的脈衝(Bubble Pulse)。過去的研究少 有著重巨大空蝕及局部空蝕對船艦結構影響之研究,而巨 大空蝕及局部空蝕對船舶結構之損傷與初始爆震波對船舶 結構之損傷的威力相當,本文以船體結構於水下爆炸過程 時墜落在巨大空蝕區時,探討船舶所受的損傷分析。

國內外有關水下爆炸中巨大空蝕及局部空蝕對船艦結 構損傷研究的文獻相當的稀少,其中重要相關的文獻評述 如下。

1980 年, Driels[10]進行水下爆震板結構損傷之探討, 以簡易的1維模型,研究非零空蝕張力效應以及 Spray 重複 負載對結構破壞之影響。1996年, Reid[15], 於 1993年4 月至 1994 年 7 月在美軍海軍水面作戰中心 (Naval Surface Warfare Center, NSWC)之水下爆炸研究部門(Underwater Explosion Research Department, UERD)進行水下爆炸對水 面艦的影響研究,提出巨大空蝕對船艦結構可能之損傷描 述,然 Reid 並未深入計算分析。1998年,Wood[24]研究巨 大空蝕及局部空蝕對 3 維類船盒型結構之影響,此盒型結 構包括兩個隔艙型,一個龍骨及樑型加強肋等,並考量流 體的網格尺寸影響,及納入 Rayleigh 阻尼效應,這些研究 主要乃爲未來 USS John Paul Jones Shock trials 的爆震數值 模擬之基礎研究。2001年,Liu等人[12]模擬多種壓縮流在 2 維水下震波反射的情形,並探討水下爆炸接近自由液面 時由震波所產生之向外傳遞的現象,以及對稱氣泡膨脹時 内部可能產生二次震波之情形,發現自由液面反射導致隨 後之震波產生相互作用,而影響氣泡膨脹現象。2003 年 Schneider[16]以美軍 USS WINSTON S. CHURCHILL (US

DDG 81) 2001 年所進行的爆震試驗的數據,建構虛擬爆震 環境,並與實驗數據比對修正數值模型,以DDG81進行三 個不同爆炸點的測試,以修正流體元素體積的尺寸,網格 密度,網格的品質以及爆炸位置之影響,研究納入空蝕 (Cavitation)的影響並應用 Fluid Volume Finite Element Model (FEM) 來處理。2004 年, Didoszak [9] 延續先前之工 作進行實驗數據更進一步比對,並比對量測 Sensor 位置的 影響,Damping 以及爆炸幾何位置之效應作出驗證檢討。 2004 年 Shin[18]利用 3D 模型結合船舶與周圍流體體積,並 利用有限元素軟體 LS-DYNA/USA 來進行模擬水下爆炸之 衝擊波數值,並與實驗值比較有良好的近似值。2006 年 Sprague 與 Geers[20]應用 31,000 自由度的類船(Ship-like) 結構的有限單元模型,進行水面艦爆震反應的模擬,並以 此模型探討所建的分析程序之正確性,此分析程序中應用 非線性的 Acoustic medium 來處理流體空蝕的問題。2006 年, Gong 與 Lam[11]應用 Explicit 有限單之法與邊界元素 法,結合研究爆震環境中浮體結構流固藕合問題,接近自 由流面的巨大空蝕現象亦納入其分析模型中考量,並應用 雙層板及三明治型板結構進行實例分析。2007 年,Xie, Liu 和 Khoo[25]等人以 Liu 等人先前提出之 Modified Ghost Fluid Method (MGFM)進行爆震波與自由液面交互作用下 之空蝕流模擬分析,探討氣泡-水-空氣壓縮流以及自由液 面的變形與震波相互作用的狀況,探討時間與巨大空蝕變 化之歷程,認為其所提之1維流體空蝕模型具極高之應用 價值。2008年,林世麒[1]以空蝕效應為研究對象。探討不 同炸藥、不同爆炸位置、不同炸藥重量產生之巨大空蝕區 的上邊界、下邊界及巨大空蝕區之體積、最大寬度和最大 高度。

水下爆震對船舶結構反應分析之研究,已有一定程度 之成果,惟對於水下爆炸震波在自由液面反射所產生之巨 大空蝕效應尙未有周全之探討。本論文以水下爆炸所引致 之巨大空蝕效應爲研究對象,計算巨大空蝕之區域,探討 使用 TNT 炸藥 400kg,炸藥深度在 68m 深,爆震因子約為 0.1324 時,產生之巨大空蝕的上邊界、下邊界,並研究船 舶處於巨大空蝕區時,考慮流體-空氣-船舶三者相互作用 下,其在無支撐情況下以自由落體加上重力加速度撞擊至 水面之船舶結構動態反應。本文之研究成果可建立水下爆 炸引發之巨大空蝕效應對船舶結構反應分析的數值模擬技 術。

二、理論基礎

本研究以有限元素分析軟體 ABAQUS 為工具,應用 CEL 理論(Couple Eulerian-Lagrange),分析船舶處於巨大 空蝕區時,在無支撐力下以自由落體形式撞擊至水面之結 構動態反應分析,相關理論說明如後:

(一)ABAQUS 顯式動態分析(Explicit Dynamic Analysis) [2-4]

ABAQUS/Explicit 顯式動態分析法是依據顯式積分法 (Explicit integration rule)與對角(Diagonal)或塊狀 (Lumped)元素質量矩陣(Element mass matrices),將運 動方程式以顯式中央差分法(Explicit central difference integration rule)積分後可得到

$$u^{\bullet(i+\frac{1}{2})} = u^{\bullet(i-\frac{1}{2})} + \frac{\Delta t^{(i+1)} + \Delta t^{(i)}}{2} u^{\bullet(i)}$$
(1)

$$u^{(i+1)} = u^{(i)} + \Delta t^{(i+1)} u^{\bullet(i+\frac{1}{2})}$$
(2)

此處 u 為速度 u 為加速度 u 上標 (i) 為時間增量 , $i-\frac{1}{2} 與 i+\frac{1}{2}$ 為時間增量的中間値。根據中央差分法 (Central difference integration),由過去時間增量的運動狀 態數據 $u^{(i-\frac{1}{2})}$ $D^{\bullet(i)}$ 可計算目前時間增量的運動狀態 $u^{\bullet(i)}$ 。顯式積分方法主要關鍵程序為利用對角線元素的質量矩陣,因為反向質量矩陣是用來計算三軸增量開始的加 $\bullet^{(i)}$

$$u^{(i)} = M^{-1} \bullet (F^{(i)} - I^{(i)})$$
 (3)

此處 M 為對角塊狀質量矩陣(Diagonal lumped mass matrix), F 為外力(External force), I 則為內力(Internal force)。在動態程序裡要求沒有疊代和切線剛度矩陣。

●(i+1/2)
 ●(i-1/2)
 µ
 µ
 µ
 µ
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4
 4

描述而言,某時間增量的速率可以平均速率改寫成

$$u^{\bullet(i+1)} = u^{\bullet(i+\frac{1}{2})} + \frac{1}{2}\Delta t^{(i+1)} u^{\bullet(i+1)} u$$
(4)

 $e^{(i-\frac{1}{2})}$ 因為u尚未被定義,中央差分法還無法開始計算。若沒特別描述,速度與加速度的初始值(t=0)皆爲零。 假設式(5)成立

$$\overset{\bullet}{u}^{(+\frac{1}{2})} = \overset{\bullet}{u}^{(0)} + \frac{\Delta t^{(0)}}{2} \overset{\bullet}{u}^{(0)}$$
 (5)

 $e^{(i-\frac{1}{2})}$ 同理, u 亦可表示成

$$\overset{\bullet}{u}^{(-\frac{1}{2})} = \overset{\bullet}{u}^{(0)} - \frac{\Delta t^{(0)}}{2} \overset{\bullet}{u}^{(0)}$$
 (6)

 $(i-\frac{1}{2})$ 如此u 即完成定義,中央差分法便可依(3)式進行計算。

(二) Couple Eulerian-Lagrangian 理論[3]

CEL (Couple Eulerian-Lagrangian) 為 Abaqus/Explicit 數値方法之一,提供線性 $U_s - U_p$ 狀態方程式 (Equation of state)。在分析過程中,有限元素網格為固定的立方體,透 過 Eulerian 材料的流動並與 Lagrangian 結構交互作用。在 ABAQUS 中提供編號 EC3D8R 的體積元素來模擬 Eulerian 的問題,而在 Eulerian 區域內可能是完全或是部分的水材 料填充,其餘的 Eulerian 網格為無效的材料[19]。

在 CEL(Couple Eulerian-Lagrangian)分析中,流固耦 合是建立在 Lagrangian 的網格表面和 Eulerian 材料面上的接 觸位置,且在 ABAQUS 耦合方式是引用罰函數(Penalty) 接觸算法來耦合 Eulerian 和 Lagrangian[6]。

分析過程中,當結構撞擊到流體時,會有一個複雜的 壓力場在撞擊區域形成。第一階段的壓力是在接觸時所產 生,包含具有一峰值壓力 *P_H* (又稱 Hugoniot pressure), 其理論值如下:

$$p_H = \rho_0 U_s(U_0) U_0 \tag{7}$$

其中 ρ_0 為材料的初始密度, U_s 與 U_0 分別為衝擊和撞擊的速度[23]。而接續產生之壓力為撞擊後所產生,最後產生的壓力是因穩定且持續流動的壓力所形成。穩定流動階段具有停滯壓力 P_{stag} 的特性。

$$p_{stag} = \frac{1}{2} \rho_0 U_0^2 \tag{8}$$

本研究中,水為一不可壓縮流體,且採用線性 Mie-Grüneisen 狀態方程式[4]。而線性 Mie-Grüneisen 方程 式(也稱 U_s-U_p狀態方程)是描述衝擊和粒子速度之間的線 性關係,其線性關係如下:

$$U_s = c_0 + sU_p \tag{9}$$

其中 C_0 為材料的聲速, s 為材料常數。最後透過密度 關係而形成最終的壓力可寫成

$$p = \frac{\rho_0 c_0^2 \eta}{(1 - s\eta)^2} \left(1 - \frac{\Gamma_0 \eta}{2} \right) + \Gamma_0 \rho_0 E_m \tag{10}$$

其中 $\eta = 1 - \rho_0 / \rho$ 是一體積的壓縮應變, $\Gamma_0 \pi s$ 為材料 常數, E_m 為單位質量的內能。ABAQUS 定義材料的狀態方 程,只有四個材料屬性需要被定義,分別為 $\rho_0 \cdot C_0 \cdot \Gamma_0 \pi$ s。本研究 EOS (Equation of state)屬性定義是根據文獻[7] 來定義,其聲速 $C_0 = 1480 \text{m/s} \cdot \text{s} = 0$ 和 $\Gamma_0 = 0$ 。

(三) 巨大空蝕理論[8,24]

入射衝擊波在自由液面反射時會產生一個伸張波 (Tension wave)或疏鬆波(Rarefaction wave),流體壓力 較低且當壓力等於或低於零時會發生空蝕。透過疏鬆波產 生的空蝕區域,稱為巨大空蝕區(Bulk cavitation),它是 由上下邊界組合而成,其範圍取決於炸藥的大小、形態和 深度。

當疏鬆波傳遞且絕對壓力降低至零或負值時,此時會 產上空蝕區的上邊界。只要該區域壓力一直低於蒸氣壓時 則會保持空蝕現象,透過大氣壓力、靜水壓力、入射衝擊 波壓力和稀疏波壓力或是絕對壓力的組合,決定空蝕區的 上邊界。而當入射壓縮波壓力的衰退率等於絕對壓力衰退 率時,則決定了空蝕區的下邊界。

1.空蝕區上邊界[8,24]

巨大空蝕區的上邊界 F(x,y)可利用壓力平衡方程式, 當壓力平衡為零時即為空蝕區之上邊界,應用震波公式配 合炸藥參數及炸藥位置可求解,如下:

$$F(x, y) = P_i + P_a + \gamma y - K_1 \left(\frac{W^{1/3}}{r_2}\right)^{A_1} = 0$$
 (11)

$$r_{\rm l} = \sqrt{(D - y)^2 + x^2} \tag{12}$$

 $r_2 = \sqrt{(D+y)^2 + x^2}$ (13)

$$P_{i} = K_{1} \left(\frac{W^{1/3}}{R}\right)^{A_{1}} e^{\frac{-(r_{2} - r_{1})}{C\theta}}$$
(14)

其中

 P_i :入射壓力; P_a :大氣壓力;x, y:目標物之座標

 r_1 :目標物與炸藥之距離;

r₂:目標物與炸藥映像點之距離

c:水中聲速;D:炸藥深度;θ:震波衰退常數;

 γ :海水密度; W:炸藥重量; $K_1, A_1, K_2, A_2 = 炸藥參數$

2.空蝕區下邊界[8,24]

巨大空蝕區的下邊界 G (x,y)決定,則以入射壓縮波 與疏鬆張力波之絕對壓力衰退率相等之下來求解,其相關 常數與上邊界求解相同,並應用下式求解:

$$G(x, y) = -\frac{P_i}{C\theta} \left\{ 1 + \left[\frac{r_2 - 2D\left(\frac{D+y}{r_2}\right)}{r_1} \right] \left[\frac{A_2 r_2}{r_1} - A_2 - 1 \right] \right\} - \frac{A_1 P_i}{r_1^2} \left[r_2 - 2D\left(\frac{D+r}{r_2}\right) \right] + \gamma \left(\frac{D+r}{r_2}\right) + \gamma \left(\frac{D+r}{r_2}\right) + \frac{A_1}{r_2} (P_i + P_A + \gamma y) = 0$$
(15)

$$\theta = K_2 W^{1/3} \left(\frac{W^{1/3}}{R} \right)^{A_2}$$
(16)

三、實例驗證

本研究利用 Matlab[13]軟體,將巨大空蝕上邊界與下 邊界方程式,分別用疊代法代入x値及y値求解,計算巨大 空蝕區域的分布區域,並與 Gong[11]之數據進行比較以作 爲驗證。並以有限元素軟體 ABAQUS 為工具,應用 CEL 分 析 方 法 分 析 平 板 承 受 水 下 爆 炸 之 變 形 量 ,與 Ramajecyathilagam[14]之數據進行比較作爲驗證。

(一) 巨大空蝕區域驗證

本研究利用 Matlab[13]計算巨大空蝕上邊界、下邊 界,使用 TNT 炸藥作為計算對象,TNT 炸藥材料參數如表 1[5]所示,依據不同 TNT 炸藥量 200kg、300kg、400kg,置 水深 84m,計算巨大空蝕之區域,如圖 5 所示;接續使用 相同的炸藥量 300kg,依不同水深 68m、84m、100m,計算 巨大空蝕之區域,如圖 6 所示。經計算獲得成果與 Gong[11] 所作之結果相近。

表 1. Arons 之爆炸參數表[5]

炸藥	TNT	HBX-1	PETN	NUKE
爆炸參數				
\mathbf{K}_1	22505	22347.6	24589	4.38×10 ⁶
A ₁	1.18	1.144	1.194	1.18
K ₂	0.058	0.056	0.052	2.274
A ₂	-0.185	-0.247	-0.257	-0.22
K 3	12.67	14.14	12.88	1,500
K 4	4.268	4.761	4.339	515



圖 5. 不同炸藥量之 TNT 炸藥在水深 84m 處 所產生之巨大空蝕區域



圖 6.300kg TNT 炸藥置於不同水深所產生之巨大空蝕區域



圖 7. 完整測試板實驗裝置設備[14]



圖 8. 實驗水槽與測試板示意圖



圖 9.1/4 測試板之模型圖

(二) CEL 分析方法驗證

本文利用 ABAQUS 為工具,探討平板承受水下爆炸後 之平板形變響應,並與 Ramajecyathilagam[14]之結果比較 驗證,測試平板實驗照片如圖 7 所示。實驗設置之方式係 將測試平板置於實驗水槽中進行水下爆震實驗,水槽尺寸 為 15.0m×12.0m×10.0m , 測 試 平 板 尺 寸 為 0.55m×0.45m×0.002m,並於測試平板四周加上厚板予以固 定,扣除固定區域測試板尺寸為 0.30m×0.25m×0.002m,並 在無固定區域後方加上一含有空氣之箱子;炸藥放置於測 試板中央前方 0.15m 處,並選擇 10g、20g、40g 之 TNT 炸 藥,量測爆震過程平板中央變形量,如圖 8 實驗水槽與測 試板示意圖所示。

1.模型介紹

本研究進行實例驗證時,在整個環場採用1/4對稱模型 進行分析,其測試板 1/4 模型長度為 0.275m、寬度為 0.225m、厚度 0.002m, 如圖 9 所示; 測試板利用 4 節點 Lagrangian 殼元素進行模擬,其元素編號為 S4R,計有6個 自由度,其中 U1、U2、U3 為平移自由度,UR1、UR2、 UR3 為旋轉自由度,詳如圖 10[4]所示,元素數目計 644 個。其 1/4 水域模型長度為 0.5m、寬度為 0.375m、高度為 0.3625m, 如圖 11 所示, 水域利用 6 面體 8 節點實體 Eulerian 元素進行模擬,其元素編號 EC3D8R,計有3個自 由度,分別為 U1、U2、U3 的平移自由度,元素示意圖如 圖 12[4],元素數目計 197,722 個。1/4 炸藥尺寸分別為,炸 藥 10g 半徑為 0.0113564m、炸藥 20g 半徑為 0.01431m、炸 藥 40g 半徑為 0.021724m, 炸藥亦利用 6 面體 8 節點實體 Eulerian 元素 EC3D8R 進行模擬,置於距離測試板中央 0.15m 處,其炸藥 10g 元素數目計 648 個、炸藥 20g 元素數 目計 1,080 個、炸藥 40g 元素數目計 2,160 個。



圖 10.4 節點殼元素示意圖[4]



圖 11.1/4 水域模型圖



圖 12.6 面體 8 節點固體元素示意圖[4]

$\rho_0(kg/m^3)$	炸藥密度	1630
D(m/s)	爆炸速度	6845
$P_{cj}(Pa)$	Chapman-Jouget 壓力	0.210
A(Pa)	材料常數	3.712
B(Pa)	材料常數	0.03231
R_1	材料常數	4.15
R ₂	材料常數	0.93
ω	材料常數	0.3
$E_0(Pa-m^3)/m^3$	初始內能	0.07
V ₀	初始相對體積	1

表 2. TNT 炸藥相關材料參數[14]

表 3. 測試平板材料參數[14]

楊氏模數(Young's modulus), E(MPa)	2.1×10 ⁵
波松比(Poisson' ratio), <i>Y</i>	0.3
密度(Density), $ ho_{steel}$ (kg / m^3)	7860
切線模數(Tangent modulus), $E_t(MPa)$	250
降伏應力(Yield stress), $\sigma_y(MPa)$	300
極限應力(Ultimate stress), $\sigma_{ult}(MPa)$	380
塑性應變(Plastic strain), <i>E_{rup}</i>	0.36

2.材料參數

本研究以 TNT 炸藥來模擬水下爆炸效應,其相關材料 參數如表 2 所示[14],測試平板材料參數如表 3[14]所示。 水域材料參數密度為 1,000 kg/m³、聲速為 1,435 m/s。炸藥 設定使用 JWL 狀態方程式 (Jones-Wilkens-Lee equation of state)來模擬炸藥釋放化學能所產生的壓力,其狀態方程如 下所述[4]:

$$p = A \left(1 - \frac{\omega \rho}{R_1 \rho_0} \right) \exp \left(-R_1 \frac{\rho_0}{\rho} \right)$$

$$+ B \left(1 - \frac{\omega \rho}{R_2 \rho_0} \right) \exp \left(-R_2 \frac{\rho_0}{\rho} \right) + \omega \rho E_m$$
(17)

其中 $A \times B \times R_1 \times R_2 \times \omega$ 為炸藥特性參數, ρ_0 為炸藥密度, ρ 為爆炸後的密度, E_m 為每單位體積的爆炸能量。 3.實驗爆震負荷

炸藥重量選擇 10g、20g、40g,及炸藥距離測試板中 央距離為 0.15m。爆震因子(Shock Factor)定義如下[14]:

$$SF = 0.45 * W^{1/2} / R \tag{18}$$

其中 W 為炸藥重量(kg)和 R 為觀測距離(m),分別把炸藥重量10g、20g、40g與距離為0.15m帶入(18)式,可得爆震因子(Shock Factor)分別為0.3、0.424、0.6。 4.結果與討論

本研究以 ABAQUS 為工具,利用 CEL (Couple Eulerian-Lagrangian)理論,針對測試平板進行水下爆震實驗之數值模擬分析,並利用測試平板 BC 線段及 DC 線段所得結果與實驗值進行驗證分析;測試板中央(C點)之變形量如表 4 所示,由結果可知本文在研究結果與實驗值相比較,其誤差率在-3.36%-1.21%之間。在不同爆震因子下,

測試板 BC 線段及 DC 線段實驗值與本文計算所得結果,如 圖 13-18 所示,爆震因子為 0.3 時,測試板中央變形量實驗 値 4.00(cm),數值分析值為 4.13423(cm),誤差率為 -3.36%;爆震因子為 0.424 時,測試板中央變形量實驗值為 5.78(cm),數值分析值 5.74723(cm),誤差率為 0.57%; 爆震因子為 0.6 時,測試板中央變形量實驗值為 8.64 (cm),數值分析值為 8.53539(cm),誤差率為 1.21%。 其變形量的值與趨勢皆與實驗相符,另測試平板整體變形 型態其實驗值與本文計算結果如圖 19所示,由圖 19亦可發 現兩者結果相符,故可證明本研究使用 CEL (Couple Eulerian-Lagrangian)方法之可信度。

表 4. 測試板中央(C 點)實驗值與分析值比較

爆震因子(Shock	Ramajecyathilagam[14]	本文數值模擬分析	誤差率(%)
factor)	實驗值(cm)	值.(cm)	
0.3	4	4.13423	-3.36
0.424	5.78	5.74723	0.57
0.6	8.64	8.53539	1.21
誤差率(%)=(實驗值-分析值)/實驗值×100			



圖 13. 爆震因子為 0.3 之 BC 線段變形量與 Ramajecyathilagam[14]之實驗值與數值分析值比較



圖 14. 爆震因子為 0.3 之 DC 線段變形量與 Ramajecyathilagam[14]之實驗值與數值分析值比較



圖 15. 爆震因子為 0.424 之 BC 線段變形量與 Ramajecyathilagam[14]之實驗值與數值分析值比較



圖 16. 爆震因子為 0.424 之 DC 線段變形量與 Ramajecyathilagam[14]之實驗值與數值分析值比較



圖 17. 爆震因子為 0.6 之 BC 線段變形量與

Ramajecyathilagam[14]之實驗值與數值分析值比較





Ramajecyathilagam[14]之實驗值與數值分析值比較



圖 19. 本研究數值分析與 Ramajecyathilagam[14]實驗分析 之測試平板變形圖比較

四、水下爆炸巨大空蝕區造成船艦結構墜落時

之結構動態效應分析

本文應用 ABAQUS 有限元素軟體為工具,並以某型船 艦為對象,模擬船體結構處在水下爆炸所引致的巨大空蝕 區(Bulk cavitation)時,船體結構墜落撞擊至水面,探討 其撞擊後之船艦動態反應與其損傷分析。

(一) 模型介紹

本研究船艦模型結構之主船體結構使用鋼材,20 根肋 材及龍骨(Keel)組合船體肋骨系統,殼板包覆肋材與龍骨 外側,殼板厚度為 80mm,龍骨與肋材結構與細部尺寸示 意圖,如圖 20 所示。主船體結構之船長為 148m、最大寬 度為 15.5m、最大高度為 13.7m,上層結構為鋁質,船體尺 寸示意圖,如圖 21 所示;流域環場,長為 1,200m、寬為 1,200m、高為 300m,其完整墜落環場示意圖,如圖 22 所 示。

(二)材料參數與元素介紹

船體結構為鋼材組成,其材料參數如表 5 所示,上層 結構為鋁材,其材料參數如表 6 所示;

本研究之有限單元模型、肋骨系統之肋骨及龍骨均為 T型肋骨,利用樑元素模擬,其元素編號為B31,計有6個 自由度,其中U1、U2、U3 為平移自由度,UR1、UR2、 UR3 為旋轉自由度,詳如圖23所示,元素數目623個;船 殼板利用4節點Lagrangian 殼元素進行模擬,其元素編號為 S4R,元素數目計有 2,515 個。在巨大空蝕流體環場為海水,其材料參數如表 7 所示,其水域為 6 面體 8 節點實體 Eulerian 元素 EC3D8R。



圖 20. 船體肋材編號及細部尺寸示意圖



圖 21. 船體尺寸示意圖



圖 22. 墜落分析完整環場示意圖

表 5. 主船體結構鋼材材料參數

密度(Density), p (kg/m³)	7850
楊氏模數(Young's modulus), E (Mpa)	2.1×10 ⁵
波松比(Poisson' ratio), γ	0.3
降伏應力(Yield stress), σ_y (<i>Mpa</i>)	300
等效斷裂應變(Fracture strain)	0.4-0.25
三軸應力(Stress triaxiality)	0.33
等效塑性應變率(Strain rate)	0-10

表 6. 鋁材材料參數

密度(Density), p (kg/m3)	2700
楊氏模數(Young's modulus), E (Mpa)	9×10 ⁴
波松比(Poisson' ratio), 7	0.35
降伏應力(Yield stress), σ _y (Mpa)	165

表 7. 流體環場材料參數

密度(Density), p (kg/m3)	1000
聲速(Speed of sound), c_0 (m/s)	1435
黏性係數(Viscosity)	8.9×10 ⁻⁹



(三)邊界與負荷設定

本文以水下爆炸所引致之巨大空蝕效應為研究對象, 計算巨大空蝕之區域,使用 TNT 炸藥 400kg,炸藥深度置 放 68m,爆震因子 0.1324,計算所得巨大空蝕區 (Bulk cavitation)如圖 24 所示,空蝕區最大寬度為 1,110m,中央 空蝕區高度為 4.526 m。流域環場邊界條件設定為無反射邊 界,整個環場(包括流域和船體結構)均處於重力場,其重 力加速度為 9.8m/s²。

(四)結果與討論

本研究以某型船艦為對象,船體結構於巨大空蝕區在

重力加速度下墜落至水面,分別去探討船體結構所受到的 最大 von-Mises 應力與塑性應變;並獲得流體在撞擊後的動 態歷程反應。其結果如下所述:

1.船體結構動態反應分析

船體結構考量重力加速度為 9.8m/s²時,於巨大空蝕區 墜落撞擊至水面上,圖 25 為船體結構最大 von-Mises 應力 發生位置及其時間,由分析結果得知整個船體結構在墜落 撞擊至水面後,最大 von-Mises 應力發生在船體尾端肋材編 號 f19 的側邊上,其值為 538.4MPa;圖 26 為肋材編號 f19 側邊上最大 von-Mises 應力發生位置之動態歷程圖,由分析 結果得知,船體結構發生最大 von-Mises 應力的時間為 36s。



圖 24.400kgTNT 炸藥在水深 68m 處之巨大空蝕區示意圖



圖 25. 船體結構最大 von-Mises 應力發生位置及其時間



動態歷程圖



而在整個墜落分析,取船舯肋材編號體底部 f9 之底部 中心點為監測點,觀察其垂向(Y方向)位移動態歷程及速 度動態歷程如圖 27 及圖 28 所示,由圖 27 可以得知,於時 間 7s 之位移量為 19.64m;由圖 28 可以得知,時間 7s 開 始,速度為0.92m/s,故可以得知船體在時間7s後開始出現 第一次回彈。

由圖 29 及圖 30 可得知肋材編號 f9 底部中心點最大 von-Mises 應力為 327.63Mpa,發生在時間為 4s。

在船體結構的塑性應變上,如圖 31 船體結構初始塑性 應變發生位置及其時間可以得知,在時間為 4s 時,開始出 現了塑性應變,其值為 0.00877。而墜落分析過程的最大塑 性應變,由圖 32 及圖 33 可以得知,最大的塑性應變值為 10.18;最大塑性應變發生在時間為 40(s)。



圖 31. 船體結構初始塑性應變發生位置及其時間



圖 32. 船體結構最大塑性應變發生位置及其時間



塑性應變動態歷程

整個墜落分析過程,由圖 34 船體結構墜落分析之動態 歷程可以得知,整個船體結構在時間為 7s,開始出現第一 次回彈;在時間為 15s 時,船體結構又開始向下墜落;在 時間為 30s 之後,船體結構開始有傾斜現象。再由圖 35 全 船最大 von-Mises 應力與時間動態歷程圖可以得知,船體結 構在時間 0s 至 4s 時,其 von-Mises 應力值迅速上升,可以 判斷出船體結構在時間 4s 時,墜落至空蝕區中央下邊界 時,而在時間 4s 至 6s 時,von-Mises 應力微幅上升,這乃 是水流回彈衝擊船體結構所致,時間在 7s 至 20s 時,此時 全船的船體結構最大 von-Mises 應力值約為 400MPa上下, 在時間 20s 時,von-Mises 應力反上升約 0.6MPa,這乃是船 體結構向下墜落所致,在此之後,船體結構最大 von-Mises 應力值就以 400MPa 為基準線,上下波動。



圖 34. 船體結構墜落分析之動態歷程



圖 35. 全船最大 von-Mises 應力與時間動態歷程圖

綜合以上幾個結果,可以得到幾個結論,如下所述:

- (1)在船體結構撞擊至水面過程中,本論文研究標的船體結構在重力加速度下,最大 von-Mises 應力為 538.4MPa,已超越鋼材的降伏應力 300MPa,產生塑性。由圖 26 最大 von-Mises 應力發生位置之動態歷程得知,在時間 1s 至 7s 時,其 von-Mises 應力皆在彈性範圍內;在時間 8s 之 von-Mises 應力值為 390.08MPa,已經超越降伏強度,出現塑性變形;最大 von-Mises 應力出現時間為 36s,由圖 34 可以得知,此時船體結構已經開始傾斜撞擊水面,也因此可以得知出其整個分析過程中,最大 von-Mises 應力會發生在肋材編號 f19 側邊上的原因。
- (2)在整個墜落過程,由圖 27 肋材編號 f9 底部中心點在 Y 方向位移之動態歷程可以得知,在船體重力作用向下墜 落過程,其船體底部向下的最大位移量為 19.64m。再 由圖 28 肋材編號 f9 底部中心點在 Y 方向速度之動態歷 程可以得知,在時間 6s 之前,船體速度皆是向下趨 勢;在時間為 7s 時,船體速度為 0.92m/s,由此可以得 知,船體開始往上回彈。透過船體結構肋材編號 f9 底部 中心點的位移與速度可以得知,在初始的墜落過程,其 流體在船體重力作用擠壓下,可以預測其排開的水域回 彈後,可能會對船體結構產生嚴重的重複負載。
- (3)在初期的塑性變形影響的範圍皆在單一肋材上,而透過 圖 32 可以發現,其船體結構在墜落分析過程中,在船 體結構尾端的側邊殼上已經出現嚴重塑性變形情況,乃 因船體尾端側邊殼上,在單一肋材支撐下,受到流體回 彈衝擊下,導致其塑性變形的產生。透過圖 33 最大塑 性應力發生位置之動態歷程圖可發現,此位置在時間為 0s 至 5s 時,其塑性應變皆爲零,在時間為 6s 時,其塑 性應變值迅速上升,在時間 6s 至 15s 時又趨於平緩;在 時間 16s 時,又急速上升,在時間 16s 至 27s 又趨於平 緩;在時間 28s 時,微幅上升,時間 28s 就趨於穩態。 由此可知,在撞擊瞬間所導致的塑性變形皆發生在肋材 上,而在墜落後,船體結構所牽動的流體運動,其水流 會對船體結構的重複負載,則會導致船殼產生較大的塑 性變形區域。

2.流體動態反應

本文研究船體結構墜落分析,透過流體速度的動態反應,可以得知其船體結構在墜落分析過程,水波的傳遞過 程。以下分別擷取自由液面距離肋材編號 f9 底部中心點 580.15m 外節點與巨大空蝕區最外側邊界上節點,來探討 船體結構墜落後,水波傳遞最外側水域與傳遞到巨大空蝕 區最外側邊界所需的時間,其結果如下所述:

(1)自由液面距離肋材編號 f9 底部中心點 580.15m 外節點流 體速度動態歷程

在船體結構墜落至水面後,其所牽動流體的速度,由 圖 36 自由液面距離肋材編號 f9 底部中心點 580.15m 外節點 之位置圖來觀看,船體結構在墜落後牽動流體的向外傳遞 運動,在如圖 37 自由液面距離肋材編號 f9 底部中心點 580.15m 外節點之流體速度動態歷程可以得知,在時間 1s 至 2s 時,流體速度為正值,可以推斷出,這是空蝕區在回 縮過程所牽動流體的反應,在 2(s)後,流體速度趨近於 零;在時間 17(s)時,此時流體速度為-2.19m/s,在時間 18(s) 時,流體速度為-1.93m/s,在時間 18(s)之後,流體速度又 趨近於零。

故從上述結果可以得知,在墜落過程,船體結構牽動 流體而產生水波向外傳遞,在時間 17s 時,會傳遞到自由 液面距離肋材編號 f9 底部中心點 580.15m 外節點,而在此 時流體的速度為-2.19m/s。

(2)巨大空蝕區(Bulk Cavitation)最外側流體速度動態歷程

船體結構墜落至水面,其牽動流體速度,由圖 38 巨大空蝕區最外側節點位置圖發現,巨大空蝕區的水流收縮, 牽動流體向外傳遞運動,圖 39 巨大空蝕區外側節點之流體 速度動態歷程可以得知,在時間 1s 至 4s 時,流體速度為正 値,可以推斷出,這是空蝕區在回縮過程所牽動流體的反 應,在 5s 後,流體速度開始轉為負値,在時間為 10s 時, 出現最大流體速度為-3.96m/s;在時間 10s 至 19s 時,速度 下降至-0.85m/s;在時間 20s 至 24s 時,速度又上升到 -1.75m/s;在時間 25s 後,流體速度開始慢慢下降。

故上述結果得知,巨大空蝕區的水流在收縮過程還沒 傳遞到船體結構時,已經受到船體結構墜落牽動的流體運 動給擠壓產生向外傳遞的速度;由圖 39 可以得知,船體結 構墜落牽動流體而向外傳遞所產生的第一次水波,在時間 10s時,傳遞到巨大空蝕區最外側邊界。而船體結構在受到 回彈後在往下墜落所牽動的流體向外傳遞,產生了第二次 水波,在時間 24s時,傳遞到巨大空蝕區最外側邊界。





圖 37. 自由液面距離肋材編號 19 底部中心點 580.15m 外節點之流體速度動態歷程



圖 38. 巨大空蝕區最外側節點之流體速度示意圖



圖 39. 巨大空蝕區最外側節點之流體速度動態歷程

五、結論

本研究以 ABAQUS 為分析工具,應用 CEL (Couple Eulerian-Lagrangian)方法來模擬,透過 Matlab 來計算出 400kg 重的 TNT 炸藥在水深 68 公尺處所產生的巨大空蝕區 (Bulk cavitation),船體結構於巨大空蝕區向下墜落至水 面,探討其船體結構動態反應與流體在受到船體墜落後向 外傳遞的動態歷程。在上述分析結果比較與討論後,可以 得到以下幾點結論:

- (一)在船體結構向下墜落後,其最大 von-Mises 應力發生 在肋材編號 f19 側邊,而並不是在墜落撞擊時的接觸 面上。
- (二)而在整個墜落分析過程,從船體結構的 von-Mises 應 力分佈可以得知,應力較大區域位船艏龍骨兩側的船 殼板與船尾側邊殼板上,故整個墜落過程,船體結構 在受到水流從四周回彈衝擊下,船首龍骨兩側殼板與 船尾側邊殼板需加強其結構強度。
- (三)從墜落分析結果可以得知,船體結構在墜落後牽動流 體向外傳遞而產生了水波,其水波在傳遞到 600 公尺 遠時,速度約為 7.893km/hr,假設在此處另有其他結 構物,亦有可能產生流體衝擊負荷效應。
- (四)當船艦受到遠場水下爆炸,除了遭受主震波(Shock wave)將對船體結構產生損傷,接續墜落在產生的巨 大空蝕區(Bulk cavitation)時,其所遭受的損傷分 析,亦會比本論文單純只考慮墜落分析來的更加嚴 重。而接續巨大空蝕之後的爆震物理現象,如:氣泡 脈衝(Bubble pulse)、氣泡崩潰引致高速噴流(Water jet)的產生,更有可能造成船艦結構產生斷裂現象。 本研究成果可提供未來在船艦的建造上於結構強度設計之

誌謝

參考。

本研究承蒙國科會經費補助(專題研究編號:NSC 97-2221-E-212-039-MY3)得以順利完成, 講致感謝之意。

參考文獻

- 林世麒(民97),爆震引致之空蝕研究,大葉大學機械 與自動化工程學系碩士論文。
- 2. 愛發股份有限公司(民 94), ABAQUS 實務入門指導,

全華科技圖書股份有限公司,台北。

- ABAQUS Theory Manual (2011) Version 6.11.1, Hibbit, Karlsson, and Sorensen, Inc., Pawtucket, RI.
- ABAQUS User's Manual (2011) Version 6.11.1, Hibbit, Karlsson, and Sorensen, Inc., Pawtucket, RI.
- Arons, A. B. (1949) Long Rang Shock Propagation in Underwater Explosion Phenomena II. Underwater Explosion Compendium.
- Benson, D. J. and S. Okazava (2004) Contact in a multi-material Eulerian finite element formulation, *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering*, 193, 4277-4298.
- Chizari, M., L. M. Barrett and S. T. S. Al-Hassani (2009) An explicit numerical modelling of the water jet tube forming. *Computational Materials Science*, 45, 378-384.
- Costanzo, F. A. and J. D. Gordon (1980) An Analysis of Bulk Cavitation in Deep Water :UERD Report. DTNSRDC.
- Didoszak, J. M. (2004) Parametric Studies of DDG-81 Ship Shock Trial Simulations. Master Thesis, Naval Postgraduate School, Monterey, California.
- Driels, M. R. (1980) The effect of a non-zero cavitation tension on the damage sustained by a target plate subject to an underwater explosion. *Journal of Sound and Vibration*, 73(4), 533-545.
- Gong, S. W. and K.Y. Lam (2006) On attenuation of floating structure response to underwater shock. *International Journal of Impact Engineering*, 32, 1857-1877.
- Liu, T. G., B. C. Khoo and K. S. Yeo (2001) The simulation of compressible multi-medium flow II. Applications to 2D underwater shock refraction. *Computers & Fluids*, 30, 315-337.
- 13. MATLAB, R2008a (2008) The MathWork, Inc..
- Ramajeyathilagam, K. and C. P Vendhan (2004) Deformation and rupture of thin rectangular plates subjected to underwater shock. *International Journal of Impact Engineering*. 30, 699-719.
- Reid, W. D. (1996) The Response of Surface Ship to Underwater Explosion : DSTO-GD-0109, Aeronautical and Maritime Research Laboratory.
- Schneider, N. A. (2003) Prediction of Surface Ship Response to Severe Underwater Shock Explosions Using a Virtual Underwater Shock Environment. Master Thesis, Naval Postgraduate School, Monterey, California.

- Shin, Y. S. (1996) Naval Ship-Shock Design and Analysis, Course Notes for Underwater Shock Analysis, Naval Postgraduate School, Monterey, CA.
- Shin, Y. S. (2004) Ship shock modeling and simulation for far-field underwater explosion. *Computers and Structures*, 82, 2211-2219.
- Smojver, I. (2001) Bird strike damage analysis in airraft structures using Abaqus/Explicit and coupled Eulerian Lagrangian approach. *Composites Science and Technology*, 71, 489-498.
- Sprague, M. A. and T. L. Geers (2006) A spectral-element/ finite-element analysis of a ship-like structure subjected to an underwater explosion. *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering*, 195, 2149-2167.
- Underwater explosion near vessel (2012) Retrieved September 11, 2015, from http://www.martec.com/popups/ underwater-exp_popup1.asp.

- 22. USS Mesa Verde (LPD 19) during a shock trials (2008) Retrieved September 11, 2015, from http://pl.wikipedia.org/wiki/Plik:USS_Mesa_Verde_(LPD-19)_during_shock_trials_-_080816-N-6031Q-213.jpg
- 23. Wilbeck, J. S. (1977) Impact behavior of low strength projectiles: Technical Report AFML-TR-77-134, Air Force Materials Laboratory.
- Wood, S. L. (1998) Cavitation Effects on a Ship-Like Box Structure Subjected to an Underwater Explosion. Master Thesis, Naval Postgraduate School, Monterey, California.
- Xie, W. F., T. G. Liu and B. C. Khoo (2007) The simulation of cavitating flows induced by underwater shock and free surface interaction. *Applied Numerical Mathematics*, 57, 734-745.

收件:104.09.01 修正:104.09.10 接受:104.09.14 (邀約論文)