

## 模糊理論與不確定推理在教學評量系統中之應用

陳鴻文 包冬意 吳德仁

大葉大學資訊管理學系

彰化縣大村鄉山腳路 112 號

### 摘要

本研究探討如何將模糊理論及人工智慧的技術，應用到電腦輔助教學系統領域。並以國中數學「畢氏定理」之教學課程為例，說明所提出的教學評量系統，如何能動態依據學習者對於教材的反應及評量題目作答之結果，自動分析出學生對於每一個學習概念當時的認知程度及觀念形成的模式，藉以建立學生的學習狀態模式，及適時提供學習者真正需要的學習教材，以顯現出較為合理地策略性教導及個人化的行為。並透過學習記錄的剖析，診斷出學習概念上迷思之現象及關鍵學習概念點；同時結合模糊邏輯理論，建立了學習成效分析解釋介面，以提供學習者及指導者更具助益的建議。最後實際藉由兩百位國中學生參與的實驗顯示，本智慧型教學及評量系統確實有助於提昇學生的學習成效。

**關鍵詞：**模糊理論，人工智慧，智慧型教學評量系統，畢氏定理

## An Application of Uncertainty Reasoning in a Fuzzy Tutoring Evaluation System

HOWN-WEN CHEN, DONG-YIH BAU and TERAN WU

*Department of Information Management, Da-Yeh University*

*112 Shan-Jiau Rd., Da-Tsuen, Changhua, Taiwan*

### ABSTRACT

Testing and evaluation activities are an important, integral part of Computer-Assisted Instruction systems. In most conventional systems, “absolutely learned” and “absolutely unfamiliar” are often used to dichotomize the status of a student in learning a new concept. However, a target concept is usually associated with more than one sub-concept with different degrees of importance. Thus, conventional systems may fail to instruct each individual student effectively according to his/her learning status. In this regard, the proposed research uses a hybrid technology of fuzzy theory and uncertainty reasoning. The proposed intelligent tutoring system was designed to illustrate three characteristics: (1) automatically tracking and analyzing the current learning status of a student, and detecting the formation of learning barriers or misconceptions; (2) autonomously leading students to visit assisted learning paths, thereby proposing tutorials to encourage students to learn more effectively; and (3) linguistically explaining the implicit behavior of a student during the entire learning process. This system was demonstrated by using a mathematical course: the Pythagorean Theorem. The simulation results and positive feedback from teachers and students at two junior

high schools provided evidence concerning the reasonableness and applicability of this tutoring and evaluation system.

**Key Words:** fuzzy theory, artificial intelligence, intelligent tutoring system, pythagorean theorem

## 一、研究動機與目的

傳統教學方法在評量學生的學習成效時，一般都以學生對某一個學習單元「懂」或「不懂」作為依據，但是在這兩個極端分界觀念之間，其實還存在著許多模糊空間。換言之，學生對於評量測驗的作答符合了正確答案，卻不能保證學生對於此概念完全的瞭解 [5]；同樣地，假使學生對於評量測驗的作答不正確時，也不能推論出學生對於此概念完全不懂。此外，在一般學習領域裏，一個教學單元所涵蓋的學習概念 [6]，通常不只一個，且每一個學習概念具有不同的重要程度。所以，只用明確的分界「懂」或「不懂」來評斷學生的學習效果，在教學時勢將無法依照學生對於學習概念的瞭解差異性，而適時的提供適當教學內容。因此，學生在使用傳統教學方式的電腦輔助教學系統時，由於無法獲得適切的學習輔導，以致於在學習過程中，容易有認知迷思的現象發生。這是因為系統對於學生的學習歷程，欠缺良好的推理能力，以及無法正確掌握住學生的學習狀態。

基於上述各種現象，本研究的動機在於嘗試結合模糊理論及人工智慧的技術，並且將它應用在教學評量系統上，以期對於學生的學習歷程能加以分析，且針對學習者測驗結果，也應有自動判讀的能力。

因此，本研究的目的計有

1. 探討如何依據學習者對於教材的反應及評量題目作答之結果，更為精確地來分析學生對於每一個學習概念的認知程度，藉以適時提供學習者真正需要的學習教材。
2. 探討如何剖析學生的學習過程，與檢討學習的盲點及操作習性，以建立起個人化的學習者模式，並藉以促成有效的學習。
3. 嘗試結合模糊理論及人工智慧的技術，開發中文化智慧型教學系統。

至於本研究的研究範圍與限制，計有

1. 本研究針對本土化的教學系統做為研究對象，並以國中數學「畢氏定理」的教學內容為例。因此所謂的「學習者」是指國中學生，而「專家」指的是國中數學教師。
2. 本研究未針對學習者進行前測作業與分類，因此暫不考慮學習者的個人特質，如數學焦慮、實作型、邏輯推理

型等。

3. 本研究暫以單機作業模式來進行分析探討與設計。

## 二、文獻探討

### (一) 教學評量系統

教學系統通常都具有複雜的內容及以訓練為主的特性 [16]，基本上其目的皆是建構一套能引導學習者達成學習目標的資訊系統。因此在設計上必須具備的功能計有：系統的運作要能呈現類似人類推理的能力，教學程序設計上要具有可重覆性及漸進性，系統要有接受「合理範圍錯誤」的能力，以及系統要能針對學習活動提出說明及解釋的能力。

一般的教學系統模組包含有教材模組、教學模組、學生模組與使用者介面模組 [9]，而透過介面模組其互動關係包括有：

1. 學習者與學習者：以合作的方式一起達到學習的目標。
2. 學習者與教材：針對學習者的學習狀態，隨時提供最適合學習者的學習或輔助教材。
3. 老師與老師：藉由教學經驗的分享，達到授課教材最合適的安排與規劃。
4. 老師與教材：根據老師的教學經驗，針對教材做最佳的安排與設計。
5. 學習者與老師：藉由老師適時的提供引導與建議，避免或克服學習者陷入學習迷思之狀態。

事實上在教學系統中，最主要的焦點在於探討如何有效的掌控學生的學習狀態，亦即學生模組之建立與運作；再搭配系統扮演著指導者的角色，亦即透過教材模組進行教材庫的建立及教學模組的活動，即可在適當的時機提供輔助與建議，以引導學習者達到學習目標 [13]。而在電腦輔助教學系統的領域中，常利用測驗以達到評量的目的，如美國的 GRE 測驗，已於 1992 年時使用電腦版本出題，並全面採用上機考試的方式來進行 [2]。此外針對進行電腦測驗時題庫內容的變化問題，國外學者提出一套理論，能於進行測驗時自動地更換題目中的數字部份 [8]，以達到題目多變的目的，也可以避免受測者記背答案。而國內學者 [4] 則以受測者立場為出發點，依據考題難易度及受測心理，嘗試將試

題予以最適化安排，以滿足學生受測時的作答心理與感覺。另有研究指出 [1]，學生在電腦系統的整合環境中接受適性測驗，系統便能在短時間內測出學生的程度，同時又能保有測驗的精確度。至於在學習診斷上，運用電腦測驗容易計分、統計、分析及診斷的特性，可將學習者的學習特性快速地回應給系統及教導者，以作為教學方法及策略的修正參考。因此在功能上，良好的教學系統需要具備下列三種特性 [15]：

1. 主動性：如同一位真人教師，監控著學生的一切活動，並且在學生需要輔助的時機，立即予以引導及協助。
2. 互動性：學生能向系統提出問題，並且系統能呈現智慧地針對問題給予適當的回應。
3. 合作性與共同操作性：提供每一個學生與老師或同儕間一起學習、合作與工作的環境，以達到共同學習與操作之目的。

在教學暨評量系統中除了上述的功能模組外，學習診斷模組亦是不可缺少的系統功能。一個學習診斷模組除了要能診斷出學生的學習障礙與迷思外，更要能幫助學生跳脫學習迷思狀態，因此對於造成學生的學習障礙與迷思之原因須要有診斷的能力，更須使用一般人較容易了解的說明方式，以提出建議及解釋。已有學者運用概念繼承關係法 [5] 的技術，針對概念繼承關係圖中的每一個節點與學習路徑的剖析，而達到尋找學習障礙的根源與建立補救學習路徑。由此可知，教導與學習是不同的型態，其最大的差別在於老師部署教學策略，目的是為了讓學生能有更好的學習效果。而學習是藉由同伴或老師的建議與引導來達到學習目標。因此一套完善的教學暨評量系統，若能對於這些模組的功能性，皆能予以完全的掌控、分析與推論，自能促使整個系統顯現強大的教學能力。

## (二) Dempster-Shafer 證據理論

證據理論 (theory of evidence) 是藉由定義對於某主題觀念  $p$  的「相信」(believable) 程度  $bl(p)$ ，及「可行」(plausible) 的程度  $pl(p)$ ，來解決「不精確」及「不確定性」資料的問題，並且兩者間的關係為  $pl(p) = 1 - bl(not(p))$  [14]；亦即對於特定主題的可行程度，等於 1 減去相信不是此主題的程度。例如特定的主題為「下雨」，即可用「可能會下雨的程度等於 1 減去相信不會下雨的程度」來表示。因此確認不會發生的程度愈高，則可行的程度愈低。

而對於主題觀念的「相信程度」及「可行程度」，實際

上透過一個「信念參數」來運作；當新的證據發生時，可利用交集與乘積的運作方式來修正原來的信念度。其運算公式為

$$M_n = \frac{\sum_{X \cap Y = Z} M_{n-2}(X)M_{n-1}(Y)}{1 - \sum_{X \cap Y = \Phi} M_{n-2}(X)M_{n-1}(Y)} \quad (1)$$

$M$  表示信念度， $n$  表示證據來源的編號， $X, Y, Z$  則代表事件空間中的集合。以下列舉一個例子來說明此理論的運作方法 [14]：

1. 有一位目前正在發燒的病人，在醫師的初診時，由於在幾乎沒有任何資料的情況下，此時醫生懷疑病人患有(傷風，流行性感冒，腦膜炎)的程度為 0.6，也就是說相信不是這三種病症的程度為 0.4。以  $M_1\{C, F, M\}=0.6$ ，及  $M_1(Q)=0.4$  來表示。
2. 經過醫師的問診，病人有偏頭痛的症狀，此時產生新的問診資料，因此醫生懷疑病人患有(傷風，流行性感冒，偏頭痛)的程度為 0.7，也就是說相信不是這三種病症的程度為 0.3。以  $M_2\{C, F, H\}=0.7$ ，及  $M_2(Q)=0.3$  來表示。此時兩種不同的證據共存，依據理論進行交集及乘積的運算，得到目前的信念度  $M_3$ ，如表 1 所示。
3. 在經過菌種的培養及檢驗後，懷疑病人患有(腦膜炎)的程度為 0.8，因此相信未患有(腦膜炎)病症的程度為 0.2，以  $M_4\{M\}=0.8$ ，及  $M_4(Q)=0.2$  來表示。此時同時考量新舊證據，依據理論再做交集及乘積的運算，得到目前的信念度  $M_5$ ，如表 2 所示。注意此時的事件交集因有空集合，故對於非空集合的數據，需使用加權平均法進行正規化處理，以求得最後的信念度，如表 3 所示。

## 三、系統設計

本研究以系統開發、模擬測試及實際操作的方式來進

表 1. 基於證據 1、2 形成之事件信念度

$M_1$	$M_2$	$M_3$
$M_1\{C, F, M\}=0.6$	$M_2\{C, F, H\}=0.7$	$M_3\{C, F\}=0.42$
$M_1(Q)=0.4$	$M_2\{C, F, H\}=0.7$	$M_3\{C, F, H\}=0.28$
$M_1\{C, F, M\}=0.6$	$M_2(Q)=0.3$	$M_3\{C, F, M\}=0.18$
$M_1(Q)=0.4$	$M_2(Q)=0.3$	$M_3(Q)=0.12$

註： $M_1$ ：證據一， $M_2$ ：證據二， $M_3$ ：交集後之懷疑程度，C：傷風，F：流行性感冒，M：腦膜炎，H：偏頭痛，Q：非左列各項

表 2. 基於新證據 3 形成之事件信念度

M <sub>3</sub>	M <sub>4</sub>	M <sub>5</sub>
M <sub>3</sub> {C,F}=0.42	M <sub>4</sub> {M}=0.8	M <sub>5</sub> { }=0.336
M <sub>3</sub> (Q)=0.12	M <sub>4</sub> {M}=0.8	M <sub>5</sub> {M}=0.096
M <sub>3</sub> {C,F}=0.42	M <sub>4</sub> (Q)=0.2	M <sub>5</sub> {C,F}=0.084
M <sub>3</sub> (Q)=0.12	M <sub>4</sub> (Q)=0.2	M <sub>5</sub> (Q)=0.024
M <sub>3</sub> {C,F,H}=0.28	M <sub>4</sub> {M}=0.8	M <sub>5</sub> { }=0.244
M <sub>3</sub> {C,F,M}=0.18	M <sub>4</sub> {M}=0.8	M <sub>5</sub> {M}=0.144
M <sub>3</sub> {C,F,H}=0.28	M <sub>4</sub> (Q)=0.2	M <sub>5</sub> {C,F,H}=0.056
M <sub>3</sub> {C,F,M}=0.18	M <sub>4</sub> (Q)=0.2	M <sub>5</sub> {C,F,M}=0.036

註：M<sub>3</sub>：交集後之信念度，M<sub>4</sub>：證據 3，M<sub>5</sub>：第二次交集後之懷疑程度

表 3. 經正規化後之信念度

M <sub>5</sub> { }=0.56
M <sub>5</sub> {M}=0.545
M <sub>5</sub> {C,F}=0.191
M <sub>5</sub> {C,F,H}=0.127
M <sub>5</sub> {C,F,M}=0.082
M <sub>5</sub> (Q)=0.055

行，主要分為五點：

1. 將學習課程相關的教學觀念，以概念階層式架構的方式呈現。

2. 利用模糊理論 (fuzzy theory) 求得階層式架構中每一個概念的隸屬權重值。
3. 運用 Dempster-Shafer 理論 [14] 的技術，訂定信念參數、學習程序及教學策略與原則，以建立適當的學生學習狀態之描述模式。
4. 結合模糊邏輯 (fuzzy logic)，建立學習分析診斷原則，提供學習者綜合建議說明的解釋介面。
5. 透過專家的使用及評估，以作為本研究修正的依據。

在模式建立上共有七個實施階段，分別為概念階層圖的構建、概念節點的權重制定、信念參數與門檻值的訂定、學習程序的设计、教學策略與原則的訂定、學習分析診斷之原則及模擬推導。茲分述如下：

(一) 概念階層圖的構建

經由文獻 [10, 12-13] 的整理及透過與領域專家的訪談，可將學生在學習畢氏定理時所需要的相關學習概念，架構出畢氏定理的概念認知階層圖，如圖 1 所示，其中任意上下兩層之間存在包含的關係。

(二) 概念節點的權重制定

概念節點的權重是以概念階層圖為基礎，佐以專家的看法作為訂定每個概念節點權重之依據。本研究透過問卷調

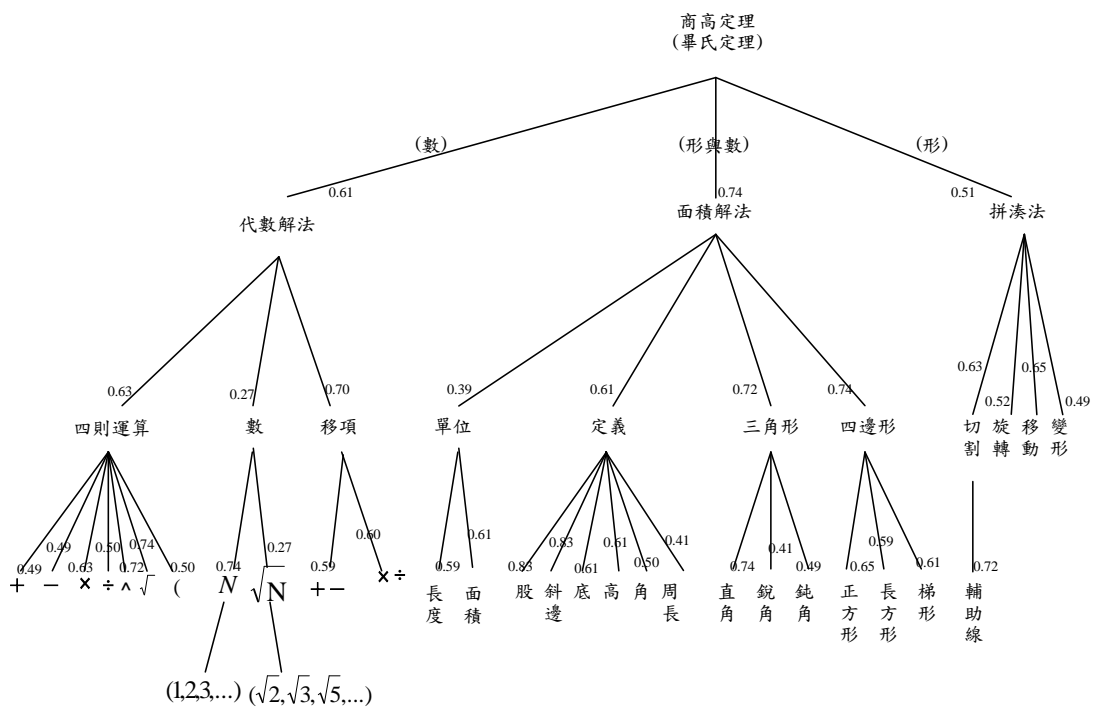


圖 1. 概念認知階層權重圖

查，結果整理如附錄一所示，將專家表達出之語意變數，以五等量模糊評估值（非常重要、重要、普通、不重要、非常不重要）來表示，如圖 2 所示；而專家意見即可轉換成附錄二。

本研究並採用模糊德菲法 (max-min) [11] 來整合這些意見，使之達成一致性，其運算方法如式 (2) 所示：

模糊權重： $\tilde{W}_i = (\alpha_i, \beta_i, \delta_i), i = 1, 2, 3, \dots, k$

$$\alpha_i = \text{Min}\{\alpha_{m_i}\}, m = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$\beta_i = \left( \prod_{m=1}^n \beta_{m_i} \right)^{\frac{1}{n}}, m = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$\delta_i = \text{Max}\{\delta_{m_i}\}, m = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2)$$

$\tilde{W}_i$ ：模糊權重， $k$ ：概念數， $n$ ：專家數。

$\alpha_i, \beta_i, \delta_i$ ：三角模糊數之左端點、頂點及右端點。

$m_i$ ：第  $m$  個專家對第  $i$  個概念的看法及意見。

最後再利用重心解模糊化法來求得每一概念之權重，其運作方式為

$$W_i = \frac{\alpha_i + \beta_i + \delta_i}{3} \quad (3)$$

$W_i$ ：第  $i$  個概念解模糊化後之權重值。

$\tilde{W}_i = (\alpha_i, \beta_i, \delta_i)$ ：整合專家看法後的模糊權重值。

### (三) 信念參數與門檻值的訂定

#### 1. 信念參數的訂定

基於即使學生評量作答符合正確答案，仍不能保證學生對於此概念擁有完全的瞭解程度；相對地，即使學生對於評量的作答與正確答案不符合時，也不能因此認定學生對於此概念完全不瞭解。所以我們參考 Dempster-Shafer 理論對於

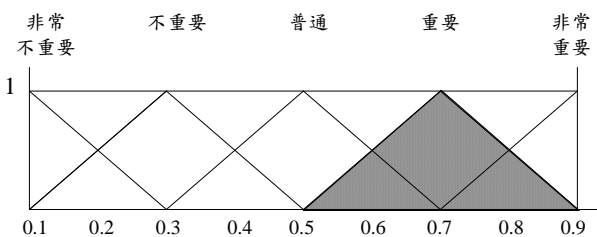


圖 2. 語意值的對應隸屬度

「信念度」所提出的理論 [14]，定義「信念參數」 $\lambda$  為估算學生目前的學習狀態正處於某概念的程度，且以上下二層概念程度的改變來表示：

狀況一：當學生對於評量題目的作答正確時

$\lambda$ ：概念層級提昇時的程度。

$1-\lambda$ ：概念層級維持不變的程度。

狀況二：當學生對於評量題目的作答不正確時

$\lambda$ ：概念層級下降的程度。

$1-\lambda$ ：概念層級維持不變的程度。

#### 2. 門檻值的設定

在概念階層圖中，任意上下兩階層存在有「包含」及「權重」的關係，因此當權重值較高的子概念都已經評量正確的情況下，即代表學生已將重要子概念學習完成，故具備概念層級提昇的條件。至於門檻值的高低由專家決定，其意義為專家認定對於子概念的學習，具備概念層級提昇條件時（完成子概念學習評量），該節點下權重值大於門檻值的子概念均必需完成學習的限制程度。

#### (四) 學習程序的設計

在學習程序的設計上，由於結合了「信念參數」及概念階層圖中各概念節點的「權重」，計有下列四種狀況發生：

1. 於概念  $a$  之評量作答正確時：因作答正確，故嘗試進行概念層級的提昇。若其相關之概念節點為  $a$  及其父節點  $f$ ，且此二節點之信念度分別修正為：

$$\begin{cases} m_f^t = m_f^{t-1} + (W_{af} \bullet \lambda) \\ m_a^t = m_a^{t-1} + (W_{af} \bullet (1-\lambda)) \end{cases} \quad (4)$$

$m_f^t, m_a^t$ ：概念節點修正後之信念度。

$m_f^{t-1}, m_a^{t-1}$ ：概念節點修正前之信念度。

$W_{af}$ ：概念節點  $a$  與  $f$  間之權重值。

2. 於概念  $f$  之評量作答錯誤時：因作答錯誤，故嘗試進行概念層級的降低。若其相關之概念節點為  $f$  及其子節點  $a$ 、 $b$ ，則此三個概念節點之信念度修正為：

$$\begin{cases} m_f^t = m_f^{t-1} + (1-\lambda) \\ m_a^t = m_a^{t-1} + [W_{af} \bullet \lambda \bullet (1-m_a^{t-1})] \\ m_b^t = m_b^{t-1} + [W_{bf} \bullet \lambda \bullet (1-m_b^{t-1})] \end{cases} \quad (5)$$

$m_f^t, m_a^t, m_b^t$  : 概念節點修正後之信念度。

$m_f^{t-1}, m_a^{t-1}, m_b^{t-1}$  : 概念節點修正前之信念度

$w_{af}, w_{bf}$  : 相關三概念節點間之權重值。

- 當學習狀態處於最高階層，並且評量作答正確時，此時雖然無法進行概念層級之提昇，但此概念節點之信念度，仍遵循式(4)之方法來修正。假使其權重值大於門檻值之子概念均已完成學習評量，並且評量正確次數已達設定之次數時，則可停止學習訓練。
- 當學習狀態處於最低階層，並且對於評量作答不正確時，此時雖然無法進行概念層級之降低，但此概念節點之信念度，仍遵循式(5)之方法來修正。

#### (五) 教學策略及原則的訂定

「信念度」的觀念可用來強調學習者目前需要的教學重點，因此在教學策略及原則上，本研究遵循：

- 對於學習者的學習過程須記錄學習者對於每一概念節點的學習信念度分數，及學習者曾學過某概念之次數及作答正確之次數，以作為教學重點選擇之依據。
- 教學暨評量原則上以目前在概念階層權重圖中，信念度最高的概念節點為學習焦點，但其權重大於門檻值的子概念均需滿足評量時作答正確。若此概念節點未滿足此條件，則教學暨評量的焦點，仍維持在其子概念階層中，未完成學習且信念度最大者。
- 依據 Dempster-Shafer 理論，每執行一次信念度演算後，均需對所有非零之節點，做一次正規化 (normalization) 之處理。此處之正規化為利用加權平均法，使得處理後，非零之數值其總合等於 1。

$$x_k^* = \frac{x_k}{\sum_{i=1}^n x_i} \quad (6)$$

$x_k$  : 為未正規化的值

$x_k^*$  : 為正規化後之值

- 評量題庫中題號的取用，是依據基因演算法則理論中俄羅斯輪盤 (roulette-wheel) 的選用技術 [7]，如表 4 所示。並結合亂數方法，以達到合理選用原則。選用之方法，舉例說明如下：

假設題庫中某一概念可選用的題號共有五題，目前各題作答正確次數分別為 2 次、1 次、4 次、0 次、2 次。

- 在這 5 個題目中，選取作答正確次數之最大值，即是 4 次。
- 以作答正確次數最大值加 1 之值減各題號之作答正確次數，並累計其加總值，即為 16。
- 以亂數之方法產生 1 至 16 之亂數值。
- 選取第一個累計數大於所產生之亂數者。如產生之亂數為 11，因  $13 > 11$ ，則選用第 4 題號。

#### (六) 學習分析診斷之原則

- 學習迷思障礙的判斷原則

- 當某概念節點下的子概念均已作答正確，而於此概念節點的評量作答卻發生錯誤時，此狀態即為學習迷思障礙。
- 當學習處於最低概念階層時，因已無下層子概念節點，故若評量作答發生連續錯誤時，亦認定為學習迷思障礙。

若上述二種狀況發生時，則特別的提示教材將會出現，以適時引導學習者跳脫學習迷思障礙狀態。

- 加權作答正確率

基於學習評量過程中，針對特定概念節點而言，在作答錯誤後，經由學習而連續作答正確的次數，其在計算此概念節點的作答正確率時，應較發生錯誤前之正確作答佔有更高之比重。因此本系統針對每一概念節點之作答結果，記錄三

表 4. 俄羅斯輪盤的選用技術

題號	作答正確次數	作答正確次數最大值 + 1 - 作答正確次數 (*)	分配機率 (%)	(*) 之累計值
A	2	3	18.75	3
B	1	4	25.00	7
C	4	1	6.25	8
D	0	5	31.25	13
E	2	3	18.75	16

種資訊分別以  $P$ 、 $C$ 、 $W$  表示。 $P$  代表最後一次作答錯誤前之正確次數， $C$  代表最後一次作答錯誤後之連續正確次數， $W$  代表作答錯誤次數，可定義加權作答正確率為

$$C_r = \frac{P + (C \times 2)}{P + (C \times 2) + W} \quad (7)$$

3. 學習分析診斷解釋共分為三個層面，分別為概念認知程度、關鍵學習概念及綜合建議說明。

(1) 概念認知程度：以評量過程中，對於每一個概念的加權作答正確率為依據，並結合模糊邏輯中語意值來進行學習過程的解釋。例如當加權作答正確率等於 0.66 時，則以「有點了解」的程度 0.7、「了解」的程度 0.3，來作為模糊解釋介面之輸出。

(2) 關鍵學習概念：以加權作答正確率較設定值低者，來作為建議學習的標的。

(3) 綜合建議說明：針對學習迷思障礙點為訴求重點，提出學習重點的建議，並描述整個學習過程的學習路徑，以作為教學策略及學習成效分析之參考。

整個系統運作流程詳如圖 3 所示。

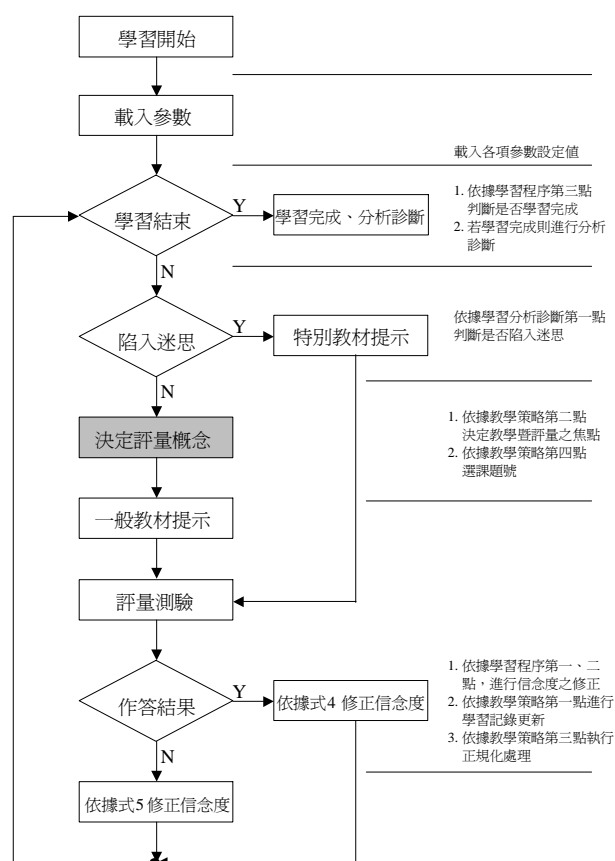


圖 3. 系統運作流程圖

#### 四、系統開發與設計

本研究之系統開發與設計環境如下：硬體設備是 Pentium III 600，作業系統平台採用 Microsoft Windows 98，而程式語言工具則為 Microsoft Visual FoxPro 6.0。使用對象主要是以剛升上國中二年級、未學過畢氏定理、且具有基本電腦操作能力的國中學生為考量。在系統設計過程中，則有三位實際任教多年的國中數學教師，及一位大葉大學通識中心數學老師持續參與，以負責概念分類、輔助教材、評量題目蒐集修改，以及本系統運作流程合理性之評估與建議。最後，本雛型系統並在國科會整合型計劃經費補助之下，得以安排彰化地區約兩百位國中學生實際參與操作驗證。

##### (一) 系統架構與功能

本研究之教學評量模擬系統的架構如圖 4 所示。教師與學習者透過使用者介面的溝通，即可操作與控制本系統所提供之各項功能及評量與分析診斷。本研究之教學評量模擬系統所提供之子功能，包括基本資料設定，線上測驗及繪製概念階層圖，和學習分析及診斷。

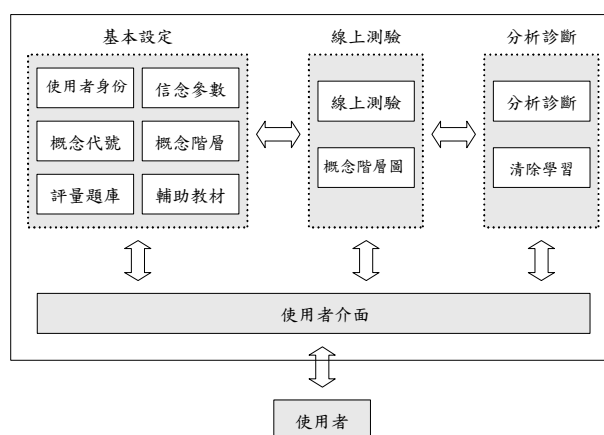


圖 4. 教學評量模擬系統價構圖

##### (二) 教學評量模擬系統介面

1. 信念參數設定：透過簡易之信念參數設定之操作介面，可建立課程代號所對應之課程名稱、信念參數及門檻值，以達到本系統學習程序運作的目的。
2. 概念代號設定：設定學習課程的概念代號，及概念名稱，

以達到概念階層設定時資料有所對應，及系統運作時能快速處理的目的。

- 3. 概念階層設定：用以建立學習課程的概念階層，如圖 5 所示，透過即時繪製概念階層圖的功能，可即時更正設定上之錯誤及輔助設定作業之完成，以達到本研究之學習程序及教學策略與原則運作之目的。
- 4. 評量題庫資料建立：藉由評量題庫的建立，以作為線上測驗時評量題目之依據，達到評量作業之目的。評量題庫的題目內容包含二種介面，教師可於測驗題目欄位中直接建立文字內容，若須藉由圖片來輔助時，則於測驗圖片欄位中指定檔名即可，如圖 6 所示。最重要的是設定正確的測驗答案，以作為線上測驗時判斷依據。
- 5. 教材資料建立：藉由類似建立評量題庫資料的介面，可自行建立教材資料，以作為線上測驗前教導教材之依

據，達到評量前提供教材教導之目的。此處須要特別區隔教材類型：計有普通教材—適用於評量前使用，及特別（迷思）教材—適用於協助學習者脫離學習迷思狀態時使用。

- 6. 線上測驗：遵循本研究提出之學習程序及教學策略與原則之規範，以建立學生學習狀態模式及適時提供學習及評量教材。於教材閱覽結束後，進行評量測驗，系統依據學生之作答判斷是否正確，以提示其作答結果。若系統察覺到學生已陷入學習迷思狀態時，則自動顯示特別（迷思）的教導教材，以輔助學生跳脫學習迷思狀態。
- 7. 概念階層圖繪製：依據概念階層設定作業之記錄，繪製如圖 1 之概念階層圖，以達到概念階層設定正確性之目的。此外，學生亦可藉由此功能得知學習課程的概念性架構，以利學習目標的達成。
- 8. 學習分析診斷

- (1) 概念認知程度解釋：依據評量測驗之學習記錄，計算每一概念的加權作答正確率，並依據學習分析診斷原則中模糊解釋之隸屬函數圖，針對概念認知程度提供口語化的說明解釋介面，如圖 7 所示，可讓學習者更清楚的了解學習狀態及學習重點。
- (2) 關鍵學習概念解釋：依據評量測驗之學習記錄，列出加權作答正確率較設定值低者，並作為關鍵學習概念之建議，如圖 8 所示。學習者可依據建議，針對關鍵學習概念點加強學習，便可達到事半功倍之學習成效。
- (3) 綜合建議說明解釋：依據評量測驗之學習記錄，提供口語化的綜合建議說明解釋介面，讓學習者更清



圖 5. 概念階層設定之操作介面



圖 6. 評量題庫資料建立之操作介面



圖 7. 學習分析診斷（概念認知程度）之解釋介面



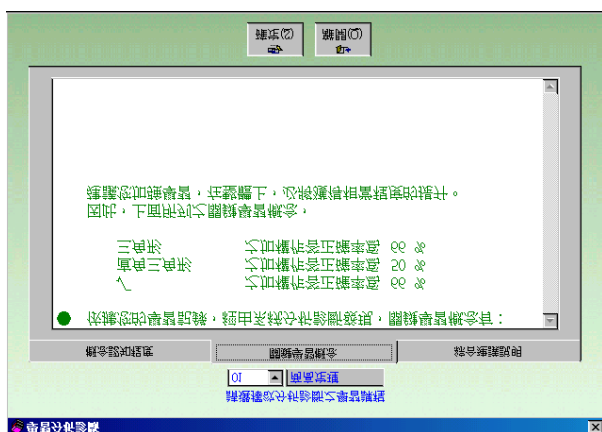


圖 8. 學習分析診斷（關鍵學習概念）之解釋介面

楚的了解何者為迷思障礙概念。因此學習者可依據建議，針對迷思障礙概念點加強學習，對於整個課程將可達到比較完整的學習效果。另外也針對整個學習路徑作一描述，對於作答錯誤的概念，則以◎符號標示於前，以作為專家制定及調整教學策略及學習成效分析之參考，如圖 9 所示。

### （三）實驗驗證

我們找了彰化花壇國中及原斗國中剛昇上二年級、正在進行暑期輔導，即尚未正式學習過畢氏定理教材的國中生，來進行實驗。受限於國中生上課時間及系統教材深度，我們安排一次實驗進行十五分鐘。在原斗國中受測學生共有不同程度的四個班級，一次進行一個班級約十五人；在花壇國中受測學生共不同程度的四個班級，一次進行一個班級約三十五人，故共有約六位國中數學老師及 200 位同學參

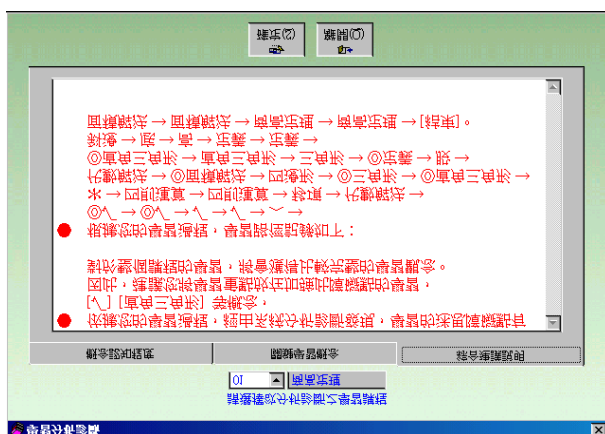


圖 9. 學習分析診斷（綜合建議說明）之解釋介面

與實驗。實驗進行時，並有五位大葉大學資訊管理研究所的研究生在場協助，以期降低學習者不當系統操作，對於學習評量的影響。整個實驗過程需採分組進行，主要是因為受限於彰化地區國中電腦教室的空間、避免同學間進行討論而影響評量結果，以及本雛型系統仍為單機版本，需採個別電腦進行安裝，不適合規模太大的實驗。

整個實驗的流程是先由整合型計劃中，負責分析學習者受教心態的研究小組，以問卷方式進行受測者的數學自我效能（前測），然後透過電腦進行數位化之數學教材的教授，再用相同問卷進行受測者的數學自我效能後測部份，最終才進入本評量系統的測試。

經由本次實驗資料的分析，可進一步協助國中教師達到下述教學策略的修正 [3]：

1. 依據所儲存及分析所得的較容易產生答題錯誤之觀念節點學習軌跡，可建立所謂的「錯誤類型關係」；亦即在發覺使用者學習失敗時，系統可沿著另外一套節點鏈結關係，快速下降到下層的相關節點，以期盡速協助使用者進行觀念的矯正澄清。
2. 調整概念節點的內容範圍及重要程度，例如將「三角形」的定義從原先分類的直角、鈍角、銳角改為直角和非直角；又如將「拼湊法」整個分支重要性皆調降，因為對於初學者而言較為複雜，而一般學生不易循此學習路徑等。
3. 突顯部份觀念輔助教材的重要性：有極少部份同學一直停留在「開根號」的概念，無法提昇，代表此一觀念對於少部份同學難度仍為太高。
4. 特殊學習序列的產生：例如同學在「開根號」觀念大部份題目答對的情形，又直接通過了「平方」、「乘法」的評量後，原本國中老師設定系統讓同學即可進入上層「四則運算」的觀念節點，但如此的設計卻會造成有一群同學會在此「四則運算」觀念上一直犯錯。在觀察到此一現象，教師即可透過加重「開根號」觀念的權重來避免。
5. 部份學生有「跳躍式學習」的現象發生，亦即無須將下層所有觀念都學會，即可順利通過上層評量測驗，且持續往上層學習。此一現象將直接導致老師必須檢討，對於部分「資優」同學的另類教學策略。

本系統經由國中教師及同學的使用、評估及事後訪談，已具體顯示對於畢氏定理的學習課程，本研究提出相關概念、概念階層圖及概念間隸屬權重值等表示法，有助於教師

的教學策略及課程安排；而在學習程序上，具有有效引導學習者的能力；最重要的是在學習迷思狀態發生時，亦能提供適用教材，迅速幫助學習者跳脫迷思狀態。換言之，可達到協助學習者更清楚學習重點，同時教導者也更能掌握學生的學習狀態。

## 五、結論

一套完善的教學評量系統不僅要能有效地引導學習者達成教學目標，更要深入分析學生的學習迷思障礙點及提供更有價值的建議及說明。本系統經由國中數學教師及學生的使用及評估後，在學習模式上已顯示具有引導的能力，並且在學習迷思狀態發生時，亦能幫助學習者跳脫迷思狀態；並且在學習分析及診斷上，更能提供學習成效的分析、關鍵學習概念及更具價值性的建議。因此經由整個研究過程，我們認為

1. 以概念階層方式呈現學習課程的內容，建構者對於此課程的內容必須非常的清楚與了解，如此才能有效且正確的引導學習者達成學習目標。
2. 信念參數的訂定，會影響學習者的學習速率，適當的調整信念參數及門檻值有助於學習者對於整個學習課程的了解。
3. 本研究以專家及學習者的意見為依據，經過修正後所訂定的學習程序、教學策略及原則，經實驗後，將有效的掌握學習者的學習狀態，並且能夠適時的提供評量教材，而且能夠有效的輔助及引導學習者達成學習目標。
4. 透過系統的分析診斷，並以模糊解釋介面提供給學習者綜合建議，對於學習者在學習成效及關鍵學習重點上，均具有大幅的提昇效用。

所以，本研究的具體貢獻計有

1. 針對國中數學課程畢氏定理的教學內容在概念上提出階層式之架構，有助於智慧型教學系統在此領域上的應用及發展。
2. 將模糊理論技術應用在學習概念的分析層面，除了可以得到比較合理的結果外，更拓展了模糊理論技術應用領域的範圍。
3. 將人工智慧的技術應用在教學系統上，使得系統能更具智慧的引導學習者達成學習目標。

本研究提出的系統，主要在於驗證概念認知階層、模糊邏輯和 Dempster-Shafer 理論等認知理論，在教學及評量系

統實作上的可行性。由於這些理論與技術並不依賴於特定領域的知識方能運作，所以我們認為本系統架構仍具有相當的發展性，例如協助企業推動員工的教育訓練，而成為管理者提昇員工素質與進行知識管理的工具。我們將持續朝本研究方向繼續努力。

## 誌謝

部份研究承蒙國科會補助編號 NSC89-2511-S212-004。

## 參考文獻

1. 何榮桂 (民 86)，網路環境題庫與測驗之整合系統，八十六年度電腦輔助學習及遠距教學專題研究計劃成果討論會，台北。
2. 周倩、簡榮宏 (民 86)，網路評量系統之發展與研究，遠距教育，4，頁 12-15。
3. 林佑安 (民 91)，資料挖掘技術於個人化輔助教學系統的應用，大葉大學資訊管理研究所碩士論文。
4. 洪榮昭 (民 84)，電腦輔助教學之設計原理與應用，師大書苑，台北。
5. 許慶昇、杜淑芬、黃國禎 (民 87)，概念繼承關係在網路智慧型學習診斷系統之應用，1998 年國際電腦輔助教學研討會論文集，台北。
6. 張國恩、林水成、陳世旺 (民 87)，屬性化概念圖的模糊整合，1998 年國際電腦輔助教學研討會論文集，台北。
7. Chin, T. L. (1996) *Neural Fuzzy Systems*, Prentice Hall PTR, New Jersey, NJ.
8. Fan, J. P., T. K. Mak and L. Y. Shue (1996) Development of a knowledge based computer assisted instruction system. *Proceedings of 1996 International Conference Software Engineering: Education and Practice*, Dnnedin, New Zealand.
9. Frasson, C. and A. Aimeur (1998) Design a multi-strategic intelligent tutoring system for training in industry. *Computer in Industry*, 37, 153-167.
10. Gardner, M. (1984) The pythagoream theorem. *The Sixth Book of Mathematical Games from Scientific American*, University of Chicago Press, Chicago, Michigan, IL.
11. Ishikawa, A., T. Amagasa, G. Tamizawa, R. Totsuta and H. Mieno (1993) The max-min delphi method and fuzzy delphi method via fuzzy integration. *Fuzzy Sets and*

- 
- Systems*, 55, 241-253.
12. Ogilvy, C. S. (1994) *Excursions in Mathematics*, Dover, New York, NY.
13. Pappas, T. (1989) *The Joy of Mathematics*, Wide World Publishing, New York, NY.
14. Shafer, G. (1976) *A Mathematical Theory of Evidence*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, NJ.
15. Wang, H. (1997) LearnOOP: An active agent-based educational system. *Expert Systems With Application*, 12(2), 153-162.
16. Wu, K. W. and M. C. Lee (1998) Intelligent tutoring systems as design. *Computers in Human Behavior*, 14(2), 209-220.

收件：92.10.16 修正：93.01.07 接受：93.02.19

附錄一、三位領域專家對於概念與子概念之間重要程度的看法

概念	子概念	領域專家 A	領域專家 B	領域專家 C
四則運算	加法	不重要	普通	重要
	減法	不重要	普通	重要
	乘法	普通	重要	非常重要
	除法	普通	普通	普通
	平方	重要	非常重要	重要
	平方根	重要	非常重要	非常重要
	括號	普通	普通	普通
數	可完全開根號數	重要	非常重要	非常重要
	不可完全開根號數	不重要	不重要	非常不重要
移項	+	重要	普通	普通
	x ÷	非常重要	普通	普通
代數解法	四則運算	普通	非常重要	重要
	數	不重要	不重要	非常不重要
	移項	重要	重要	重要
單位	長度	普通	普通	重要
	面積	重要	普通	重要
定義	股	非常重要	非常重要	非常重要
	斜邊	非常重要	非常重要	非常重要
	底	重要	普通	重要
	高	重要	普通	重要
	角	普通	普通	普通
	周長	不重要	普通	普通
三角形	直角三角形	重要	非常重要	非常重要
	銳角三角形	普通	普通	不重要
	鈍角三角形	重要	普通	不重要
四邊形	正方形	非常重要	普通	非常重要
	長方形	重要	普通	普通
	梯形	重要	重要	普通
面積解法	單位	不重要	普通	不重要
	定義	普通	重要	重要
	三角形	非常重要	重要	重要
	四邊形	重要	非常重要	非常重要
切割	輔助線	非常重要	重要	重要
拼湊法	切割	非常重要	普通	重要
	旋轉	不重要	重要	非常重要
	移動	普通	非常重要	非常重要
	變形	重要	不重要	普通
畢氏定理	代數解法	重要	普通	重要
	面積解法	重要	非常重要	非常重要
	拼湊法	不重要	重要	重要

## 附錄二、將附錄一經圖 2，公式 2、3 轉換所得的專家意見模糊評估值及模糊權重

概念	子概念	領域專家 A	領域專家 B	領域專家 C	模糊權重
四則 運算	加法	(0.1,0.3,0.5)	(0.3,0.5,0.7)	(0.5,0.7,0.9)	(0.1,0.47,0.9)
	減法	(0.1,0.3,0.5)	(0.3,0.5,0.7)	(0.5,0.7,0.9)	(0.1,0.47,0.9)
	乘法	(0.3,0.5,0.7)	(0.5,0.7,0.9)	(0.7,0.9,0.9)	(0.3,0.68,0.9)
	除法	(0.3,0.5,0.7)	(0.3,0.5,0.7)	(0.3,0.5,0.7)	(0.3,0.50,0.7)
	平方	(0.5,0.7,0.9)	(0.7,0.9,0.9)	(0.5,0.7,0.9)	(0.5,0.76,0.9)
	平方根	(0.5,0.7,0.9)	(0.7,0.9,0.9)	(0.7,0.9,0.9)	(0.5,0.83,0.9)
	括號	(0.3,0.5,0.7)	(0.3,0.5,0.7)	(0.3,0.5,0.7)	(0.3,0.50,0.7)
數	可完全開根號數	(0.5,0.7,0.9)	(0.7,0.9,0.9)	(0.7,0.9,0.9)	(0.5,0.83,0.9)
	不可完全開根號數	(0.1,0.3,0.5)	(0.1,0.3,0.5)	(0.1,0.1,0.3)	(0.1,0.21,0.5)
移項	+ -	(0.5,0.7,0.9)	(0.3,0.5,0.7)	(0.3,0.5,0.7)	(0.3,0.56,0.9)
	× ÷	(0.7,0.9,0.9)	(0.3,0.5,0.7)	(0.3,0.5,0.7)	(0.3,0.61,0.9)
代數 解法	四則運算	(0.3,0.5,0.7)	(0.7,0.9,0.9)	(0.5,0.7,0.9)	(0.3,0.68,0.9)
	數	(0.1,0.3,0.5)	(0.1,0.3,0.5)	(0.1,0.1,0.3)	(0.1,0.21,0.5)
	移項	(0.5,0.7,0.9)	(0.5,0.7,0.9)	(0.5,0.7,0.9)	(0.5,0.70,0.9)
單位	長度	(0.3,0.5,0.7)	(0.3,0.5,0.7)	(0.5,0.7,0.9)	(0.3,0.56,0.9)
	面積	(0.5,0.7,0.9)	(0.3,0.5,0.7)	(0.5,0.7,0.9)	(0.3,0.63,0.9)
定義	股	(0.7,0.9,0.9)	(0.7,0.9,0.9)	(0.7,0.9,0.9)	(0.7,0.90,0.9)
	斜邊	(0.7,0.9,0.9)	(0.7,0.9,0.9)	(0.7,0.9,0.9)	(0.7,0.90,0.9)
	底	(0.5,0.7,0.9)	(0.3,0.5,0.7)	(0.5,0.7,0.9)	(0.3,0.63,0.9)
	高	(0.5,0.7,0.9)	(0.3,0.5,0.7)	(0.5,0.7,0.9)	(0.3,0.63,0.9)
	角	(0.3,0.5,0.7)	(0.3,0.5,0.7)	(0.3,0.5,0.7)	(0.3,0.50,0.7)
	周長	(0.1,0.3,0.5)	(0.3,0.5,0.7)	(0.3,0.5,0.7)	(0.1,0.42,0.7)
三角形	直角三角形	(0.5,0.7,0.9)	(0.7,0.9,0.9)	(0.7,0.9,0.9)	(0.5,0.83,0.9)
	銳角三角形	(0.3,0.5,0.7)	(0.3,0.5,0.7)	(0.1,0.3,0.5)	(0.1,0.42,0.7)
	鈍角三角形	(0.5,0.7,0.9)	(0.3,0.5,0.7)	(0.1,0.3,0.5)	(0.1,0.47,0.9)
四邊形	正方形	(0.7,0.9,0.9)	(0.3,0.5,0.7)	(0.7,0.9,0.9)	(0.3,0.74,0.9)
	長方形	(0.5,0.7,0.9)	(0.3,0.5,0.7)	(0.3,0.5,0.7)	(0.3,0.56,0.9)
	梯形	(0.5,0.7,0.9)	(0.5,0.7,0.9)	(0.3,0.5,0.7)	(0.3,0.63,0.9)
面積 解法	單位	(0.1,0.3,0.5)	(0.3,0.5,0.7)	(0.1,0.3,0.5)	(0.1,0.36,0.7)
	定義	(0.3,0.5,0.7)	(0.5,0.7,0.9)	(0.5,0.7,0.9)	(0.3,0.63,0.9)
	三角形	(0.7,0.9,0.9)	(0.5,0.7,0.9)	(0.5,0.7,0.9)	(0.5,0.76,0.9)
	四邊形	(0.5,0.7,0.9)	(0.7,0.9,0.9)	(0.7,0.9,0.9)	(0.5,0.83,0.9)
切割	輔助線	(0.7,0.9,0.9)	(0.5,0.7,0.9)	(0.5,0.7,0.9)	(0.5,0.76,0.9)
拼湊法	切割	(0.7,0.9,0.9)	(0.3,0.5,0.7)	(0.5,0.7,0.9)	(0.3,0.68,0.9)
	旋轉	(0.1,0.3,0.5)	(0.5,0.7,0.9)	(0.7,0.9,0.9)	(0.1,0.57,0.9)
	移動	(0.3,0.5,0.7)	(0.7,0.9,0.9)	(0.7,0.9,0.9)	(0.3,0.74,0.9)
	變形	(0.5,0.7,0.9)	(0.1,0.3,0.5)	(0.3,0.5,0.7)	(0.1,0.47,0.9)
畢氏 定理	代數解法	(0.5,0.7,0.9)	(0.3,0.5,0.7)	(0.5,0.7,0.9)	(0.3,0.63,0.9)
	面積解法	(0.5,0.7,0.9)	(0.7,0.9,0.9)	(0.7,0.9,0.9)	(0.5,0.83,0.9)
	拼湊法	(0.1,0.3,0.5)	(0.5,0.7,0.9)	(0.5,0.7,0.9)	(0.1,0.53,0.9)