

單晶片微控制器於非線性系統之設計與實現

黃登淵 林春日 陳南樺 楊晏和

大葉大學電機工程系

51591 彰化縣大村鄉學府路 168 號

摘要

由於倒單擺機構屬於典型的非線性與不穩定系統，因此極適合用來測試各種不同的控制器性能。本文提出新的控制法則，包含 LQR (linear quadratic regulator) +PI (proportion and integration) 與 LQR+Fuzzy，並與傳統的 PID (proportion, integration and derivation) 與 LQR 等控制法則進行比較，結果顯示出較好的控制能力。除新控制法則的提出外，本文也實現了倒單擺系統機械架構與硬體控制電路之設計。在控制電路方面，至少完成：PIC18F452 主控制電路、HCTL2020 光學編碼器解碼電路、馬達驅動電路與 RS232 串列傳輸電路等設計。本文採用美商 Microchip 高階之八位元微控制器 PIC18F452 來做為本系統之控制核心，實現的控制法則有：PID 控制器、LQR 控制器、LQR+PI 控制器與 LQR+Fuzzy 控制器等。透過實際量測可知：當僅採 PID 控制器時，且台車位置在原點附近時，單擺角度可控在 $-1.8\sim+1.1$ 度之間，但台車位置則完全不可控；至於 LQR 控制器，倒單擺系統之直立角度可控在 $-1.8\sim+3.4$ 度之間，而台車位置則在 $-1.4\sim+10.8$ 公分間左右來回，因此位置控制並不理想；當 PI 控制器加入到 LQR 控制器時，其單擺角度與台車位置分別可控在 ± 2 度與 ± 3 公分以內。很明顯地，LQR+PI 控制器在控制倒單擺系統之直立定位能力優於 LQR 與 PID 控制器。當結合 Fuzzy 控制法則到 LQR 控制器時，根據量測結果可知，單擺角度與台車位置可分別控在 ± 2 度與 ± 3 公分以內，表示 LQR+Fuzzy 控制器之能力與 LQR+PI 控制器相當，但卻可以避免 PI 控制器調整參數所帶來的麻煩。

關鍵詞：PIC，倒單擺系統，LQR，PID，Fuzzy

Design and Implementation of a Nonlinear System Based on a Microcontroller

DENG-YUAN HUANG, CHUN-JIH LIN, NAN-HUA CHEN and YAN-HO YANG

Department of Electrical Engineering, Da-Yeh University

No. 168, University Rd., Dacun, Changhua, Taiwan 51591, R.O.C.

ABSTRACT

An inverted-pendulum mechanism is typically a nonlinear unstable system. Therefore, it is quite suitable as an example for verifying the performance of various control rules. In this report we propose two new control rules, namely, an LQR (Linear Quadratic Regulator)+PI (Proportion and

Integration) and an LQR+Fuzzy, both of which are compared in performance with traditional LQR and PID (Proportion, Integration and Derivation) control rules. A cart-and-pole inverted-pendulum system is implemented for comparing the performance of the different control rules. The designs of related control circuits include a PIC18F452 main control circuit, an HCTL2020 optical decoder, a motor-driven circuit, and an RS232 data acquisition circuit. For considering programming flexibility, an 8-bit microcontroller PIC18F452 is employed to implement the control rules, i.e., PID, LQR, LQR+PI, and LQR+Fuzzy, to achieve both the upright and position controls of the inverted-pendulum system. The experimental results indicate that the pole angle can be controlled within -1.8 to $+1.1$ degrees, but the cart position is completely uncontrollable when using only a PID controller. Furthermore, with the adoption of only an LQR controller, the pole angle and the cart position can be controlled within -1.8 to $+3.4$ degrees and -1.4 to $+10.8$ cm, respectively. This observation implies the poor controllability of the cart position for the LQR controller. When a PI control rule is added to the LQR controller, the pole angle and the cart position can be improved to within only ± 2 degrees and ± 3 cm, respectively. Clearly, the LQR+PI controller is superior in performance to that of only an LQR or a PID controller. Moreover, when adding the Fuzzy control rule to the LQR controller, the results show that the LQR+Fuzzy has comparable capabilities for controlling both the pole angle and the cart position in comparison with the LQR+PI controller; however, the LQR+Fuzzy can effectively eliminate the troubles in tuning the parameters in the PI controller.

Key Words: PIC, inverted-pendulum system, LQR, PID, fuzzy control

一、前言

近年來，由於單晶片微控制器的功能日新月異，已被廣泛的應用於各種領域，諸如飛航系統、汽車工業、資訊家電、網路產品到可攜式裝置，都可見到它的蹤跡。此外由於半導體製程技術的突飛猛進，使得單晶片微控制器的功能不斷的往上提昇，不但已具有奈米級 (nano level) 的功率損耗，同時也具有輸出電流大，執行速度快等優勢，因此極適合用來做為各類控制器之核心。

由於「車與桿倒單擺系統 (cart and pole inverted-pendulum system)」是一個典型的非線性不穩定系統，同時又兼具非極小相位 (non-minimum phase) 之特性，再加上它的機械結構簡單、馬達驅動電路容易設計等優點，因此常被用來驗證各類控制器控制法則的對象。

欲完成車與桿倒單擺系統之控制，首先須進行系統線性化建模之動作，再以線性控制器如 PID、極點配置法或 LQR 等控制法則予以控制。除了線性控制法則之外，尚存在一些常用之非線性控制法則，如類神經網路和模糊控制等作為倒單擺直立定位之控制器。然而在控制器之實現方面，大多以運算功能強大之 DSP (digital signal processor) 晶片為主，經由 DSP 晶片之運算能力，使得上述控制法則得以實現，

例如使用 Fuzzy、 H_{∞} 及 PID 等控制法則以達成三百六十度倒單擺之直立定位控制 [3]、使用 LQR 與極點配置法達成控制倒單擺系統移動於傾斜之平面仍然保持直立之效果 [2] 和使用 PID、LQR 和 Fuzzy 等控制法則實現倒單擺之用上與直立定位等控制功能等 [1]。

Krishen 等人 [7] 應用 LQR+Fuzzy 控制器於旋轉式倒單擺 (rotary inverted pendulum) 之用上直立控制，做法是：將 LQR 的控制力 (利用反饋增益值 K 計算取得) 映射至經適當設計之模糊推論集 (fuzzy inference set, FIS) 之模糊控制器來控制倒單擺的直立，實驗結果顯示單擺角度可控在 ± 1 度以內，但 Krishen 等人 [7] 並沒有指出採用何種平台來達成他們的設計。Luo 等人 [8] 也是採用 LQR+Fuzzy 控制器來控制 5 節倒單擺 (quintuple inverted pendulum) 的直立控制，其透過 Matlab 模擬的方式來驗證他們提出的模型可以達到多節倒單擺直立控制的目標，但是 Luo [8] 並沒有任何實作的結果。

近年來，由於八位元單晶片微控制器之功能不斷提升，因此漸漸開始有使用八位元單晶片來控制倒單擺之研究提出，例如使用 8051 單晶片實現可變結構以達成倒單擺車之直立控制 [4]，使用 PIC18F452 來實現 PID 控制器於圓周倒

單擺之直立控制 [5] 等。

傳統上，車與桿倒單擺系統之控制器大都採用比較高階的做法，即採用以 DSP 為主的運動控制軸卡，再搭配 C++ 或 Matlab/Simulink 等 PC 平台來進行控制，這種做法的優點是可以快速達到實現控制法則之目的，但缺點則是控制成本比較高。基於降低控制成本考量，本文希望能以低階的八位元微控制器（例如 PIC18F452）來實作出與 DSP 相類似的功能。

由於 LQR 屬於多輸入與多輸出系統，可以同時控制台車位置與單擺角度，但由於在早期試驗中發現其台車位置控制能力並不好，為降低台車位置之穩態誤差遂有在 LQR 控制器上加入 PI 控制器的想法，其後為避免 PI 控制器參數調整之麻煩，遂以 Fuzzy 控制器來加以取代。綜合以上論點，本文決定採用較低階的八位元微控制器（PIC18F452）來完成 LQR+PI 與 LQR+Fuzzy 控制器之設計，這也是本篇論文的動機所在。

基於以上論述，本篇論文實作的控制法則包括有 PID、LQR、LQR+PI 與 LQR+Fuzzy 等，透過實驗結果顯示 LQR+PI 與 LQR+Fuzzy 等控制器具有同時控制單擺角度與台車位置之能力。

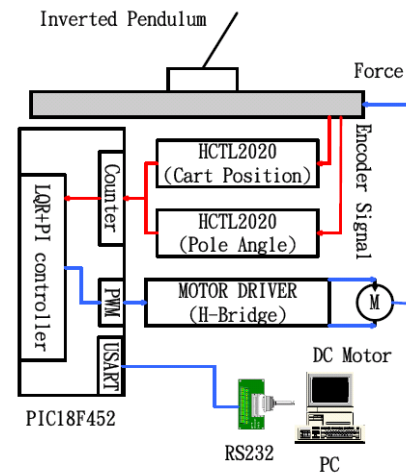
對於車與桿倒單擺系統，本文將從以下三個方向來完成相關的控制器：(1) 建立硬體模組，將自行設計台車機構，主要為設計連軸軌道與直流無刷伺服馬達配合，使台車能在連軸軌道上進行一維之左右移動；(2) 單晶片控制電路設計，包括 PIC18F452 主控電路、馬達驅動電路、光學編碼器解碼電路與 RS232 資料擷取電路等；(3) 控制法則核心軟體設計，包括將實現 PID、LQR、LQR+PI 與 LQR+Fuzzy 等控制器。

二、研究方法

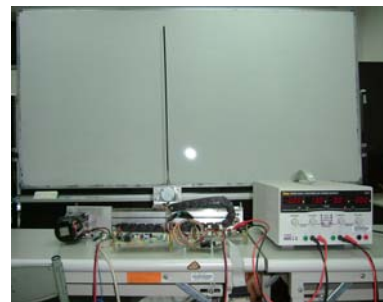
本文首先完成「車與桿倒單擺系統」之機械構造，緊接著設計單晶片控制電路，最後則是完成各控制法則之核心軟體。

(一) 倒單擺系統模組

圖 1(a) 為車與桿倒單擺系統之整體架構，而圖 1(b) 則為實際完成圖。本系統可分為機械架構與硬體電路兩部分，機械架構部分包含連軸軌道、桿子、直流無刷伺服馬達（200W）與兩組光學編碼器（單擺編碼部份使用 400 pulse/revolution；台車編碼部份則是 600 pulse/revolution）；



(a) 倒單擺系統架構



(b) 倒單擺系統實際完成圖

圖 1. 倒單擺系統架構與實際完成圖

硬體電路部份包含有 PIC18F452 主控電路、HCTL2020 光學編碼器解碼電路、H-bridge 馬達驅動電路和 RS232 串列傳輸電路。

(二) PIC18F452 主控電路

本文所採用的控制器為美商 Microchip 所設計之高階 8 位元單晶片 PIC18F452，此顆晶片具有豐富的周邊模組，例如 A/D、SPI、I2C、USART、Timer 及 CCP 等 [9]。由於 PIC18F452 採用精簡指令集（reduced instruction set computing, RISC）架構，將資料與程式記憶體分開設計。其中資料記憶體採用 SRAM，匯流排寬度為 8 位元，最大容量為 1,536 個位元組；至於程式記憶體部份，則是採用 Flash ROM，指令寬度為 16 位元，最大容量為 32K 個位元組，因此對於整個控制器核心碼之設計，其記憶體空間是足夠的。此外由於 PIC18F452 支援 Microchip C18 指令集編譯最佳化之架構，因此可直接採用 C 語言來開發控制器核心軟體，透過編譯最佳化之過程，除可避免冗餘（redundant）程式之產生，亦可節省記憶體空間與提升程式之執行效率。

(三) 光學編碼器與解碼電路

為取得單擺角度與台車位置，因此需使用 2 組光學編碼器，至於解碼部分則採用由 HP 所設計的 HCTL2020 解碼 IC [6]，此類 IC 具有 4 倍頻之解碼功能，並且於輸入端設計有數位濾波器，因此 HCTL2020 亦具有相當良好之雜訊抑制功能。圖 2 為倒單擺系統之方向定義與實際連軸軌道長度，由圖中資訊可求得編碼器每一脈衝所代表之物理意義。

在解碼部份，單擺角度採用解析度為 400 pulse/revolution 之光學編碼器，透過 4 倍頻處理後為 1600 pulse/revolution，由於單擺每旋轉 360 度需耗時 1600 pulse，因此可得知感測單擺旋轉角度之光學編碼器每一個 pulse 代表 0.225 degree；此外台車位置則是採用解析度為 600 pulse/revolution 之光學編碼器，根據實際量測，於總長 47 cm 之連軸軌道上共產生 13,455 個 pulse，因此根據 47 cm/13,455 pulse 之結果，可得知感測台車移動位置之光學編碼器每一個 pulse 代表 0.0035 cm。

光學編碼器之編碼原理為：一端利用一組 LED 發光二極體來產生光源，另一端則利用光電晶體來做感測，如圖 3 所示。當元盤轉動時，LED 光源就會隨著透過圓盤上的小孔斷斷續續的讓光電晶體動作，產生如圖 4 之一組 AB 相訊號，其中 AB 相訊號之相位差為九十度，因此可利用此訊號特徵來進行解碼之動作。

但僅依靠 AB 相訊號仍然無法得知馬達及單擺之轉動方向，此時需利用如圖 5 之電路，將訊號接回到 PIC18F452，由於光學編碼器是以數位的方式來產生訊號，因此很適合利用單晶片來進行處理。

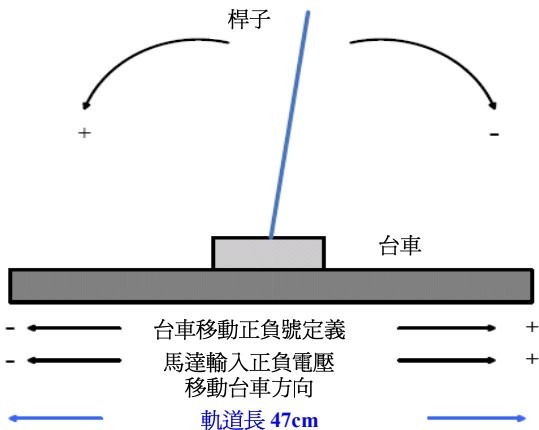


圖 2. 倒單擺系統方向定義

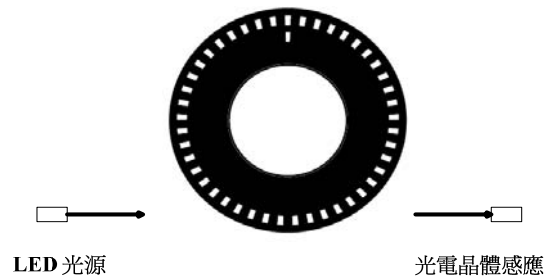


圖 3. 光學編碼器示意圖

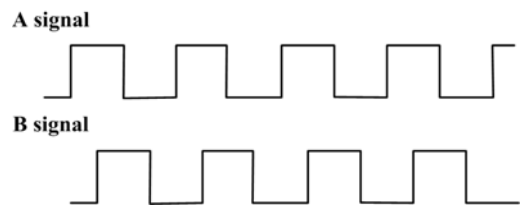


圖 4. 光學編碼器編碼訊號示意圖

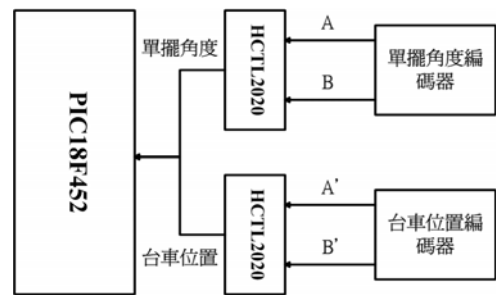


圖 5. 編碼器訊號線與單晶片連接示意圖

為進行解碼計數，本文以 PIC18F452 內建之 Timer，並採用 A 相上緣觸發之方式，來進行方向之判別與計數。首先，當訊號 A 為 High 時，便觸發中斷，使程式進入解碼副程式中，隨即判別訊號 B 是否為 1，由於 A、B 相訊號會以相位差九十度之方式呈現，因此可以很輕易的分辨出正轉 (B=1) 或是反轉 (B=0)，當取得正反轉之資訊後，便可進行 Counter 之計數，如此，可同時取得位置與速度之訊號。

(四) 馬達驅動電路

本文採用 200W 之直流無刷伺服馬達來帶動台車於連軸軌道上進行一維之左右移動。圖 6 為 H-bridge 馬達驅動電路，圖中採用 4 個 N 型 MOSFET 來控制馬達之正反轉。馬達正反轉之驅動方式如下：當 S1 與 S3 之 MOSFET 閘極為 ON，且 S2 及 S4 之 MOSFET 閘極為 OFF 時，馬達正轉；

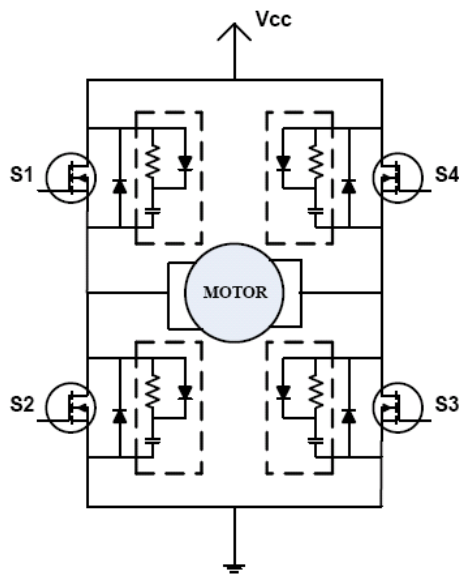


圖 6. 馬達驅動電路

反之當 S1 與 S3 之 MOSFET 閘極為 OFF，且 S2 及 S4 之 MOSFET 閘極為 ON 時，馬達反轉。此外尚須注意 MOSFET 之各閘極不能同時導通，以免因短路造成 MOSFET 燒毀。其中圖 6 虛線部分為利用電阻並聯一快速二極體，再串接一電容組成緩衝電路，利用此緩衝電路可消除因馬達換向時所生成之突波 (spike)，使 MOSFET 元件之壽命得以延長。

驅動馬達需利用 PIC18F452 所產生的二個 PWM 訊號，即 PWM1 與 PWM2，其可分別用來控制馬達之正反轉，當正轉時 PWM1 ON、PWM2 OFF，反轉時則 PWM1 OFF、PWM2 ON。當正轉要切換成反轉時，需先做煞車之動作，即讓 PWM1 和 PWM2 均為 OFF，此動作不但可以避免元件全部導通之問題發生，並且也可以避免馬達所產生之反電動勢對系統之衝擊，接著利用軟體延遲一段時間，最後再輸出 PWM2 ON 之訊號 (反轉)，其馬達驅動流程如圖 7 所示。

(五) RS232 資料擷取電路

為取得實際單擺角度及台車位置之量測值，本文利用

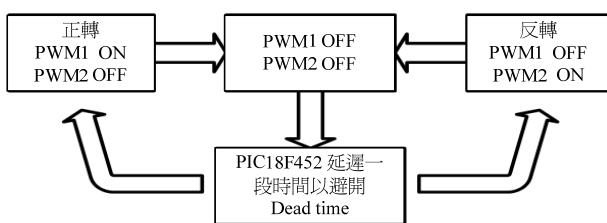


圖 7. 馬達換向軟體切換 PWM 流程

PIC18F452 中的 UART 模組來進行資料傳輸。由於 RS232 (Recommend Standard 232) 採用負邏輯設計方式，其中準位 1 (亦稱 mark) 之電壓介於 -3~-15 伏之間，而準位 0 (亦稱 space) 則是介於 +3~+15 伏之間。鑑於 RS232 電壓準位與 TTL 定義的方式不同，因此電腦與 PIC18F452 間尚需利用 MAX232 這顆 IC 來進行界面之電壓轉換。

(六) PID 控制器

比例 (proportional) -積分 (integral) -微分 (derivative) 控制即為 PID 控制器，由於 PID 控制器的架構簡單且參數調整容易，所以成為目前使用最為廣泛之控制器，其轉換函數 (transfer function) 可表示成式 (1)：

$$G_C(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s \quad (1)$$

其中：

G_C ：為控制器的輸出

K_p ：為比例控制增益參數

K_I ：為積分控制增益參數

K_D ：為微分控制增益參數

由於本文採用 PIC18F452 作為實現 PID 控制器之核心元件，因此數位化控制訊號是必須的。此外數位式 PID 控制器具有量化輸出值容易之優點，但缺點則是需要注意輸出溢位之問題，因為溢位問題的發生會造成不適當的量化輸出值，使得數位 PID 控制器輸出產生失真。由於數位化控制的需求，重新改寫 (1) 式如下：

$$y_{PID}(t) = K_p E_t + K_D \frac{E_t - E_{t-1}}{\Delta t} + K_I \sum (E_t \Delta t) \quad (2)$$

其中：

$y_{PID}(t)$ ：為數位 PID 控制器之輸出

E_t ：為本次誤差

E_{t-1} ：為前次誤差

Δt ：為取樣時間

(七) LQR 控制器

線性二次型調節器 (linear quadratic regulator, LQR)，即為所謂的 LQR 控制器，是由最佳控制 (optimal control) 理論所設計出來的控制器，其原理是利用最小化性能指標 (performance index) 函數 J ，來取得最佳回授增益 K ，其中性能指標可描述該系統所具有之能量。由於回授增益 K

取決於性能指標 Q 及 R 等權重陣列 (weighting matrix)，所以可推知 LQR 控制器的性能表現完全決定於權陣列 Q 及 R 之選取。

假設系統可表示成狀態空間方程式 (state space equation)，如 (3) 式所示，其中 $x(t)$ 為狀態變量 (state variable)， $u(t)$ 為控制力：

$$\begin{aligned} x'(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (3)$$

設計 LQR 時須先求得狀態 $x(t)$ 和控制力 $u(t)$ 之權重矩陣 (weighting matrix) Q 和 R ，以決定回授增益 K ，進而可求得控制力 $u(t)$ ，並使性能指標 (performance index) 函數 J 為最小化，其中性能指標函數定義如式 (4)：

$$J = \int_0^{\infty} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)] dt \quad (4)$$

其中 $Q=Q^T \geq 0$ 為半正定矩陣 (positive semi-definite matrix)， $R=R^T > 0$ 則為正定矩陣 (positive definite matrix)。緊接著選取適當的 Q 與 R 值，並求解代數黎卡提方程式 (algebraic riccati equation; ARE)，如式 (5) 所示。當求得矩陣 P 之後，可由式 (6) 推算回授增益 K ，最後可求得控制力 $u(t)$ ，如式 (7) 所示：

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P = -Q \quad (5)$$

$$K = B^{-1}B^T P \quad (6)$$

$$u(t) = -Kx(t) \quad (7)$$

(八) Fuzzy 控制器

圖 8 為倒單擺系統單擺擺動之示意圖。使用 PIC18F452 單晶片實現 Fuzzy 控制器時，首先需利用置於單擺上之光學編碼器取得單擺之擺動角度 θ ，並將其輸入至 PIC18F452 單晶片，接著利用取得的單擺角度來進行 Fuzzy 控制器之實現。方法是將角度 (θ) 及角度增量 ($\Delta\theta$) 的變化範圍各分割為五等分，名稱分別為 NB (負大)、NS (負小)、ZO (零)、PS (正小) 與 PB (正大)，同時利用圖 9 之歸屬函數，以得到如表 1 的 Fuzzy 控制規則表，此規則表為一具有 25 條規則的控制法則關係圖，利用此規則來達到控制單擺直立與定位之目的。

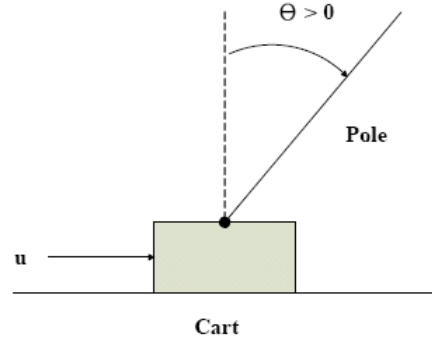


圖 8. 倒單擺系統單擺擺動示意圖

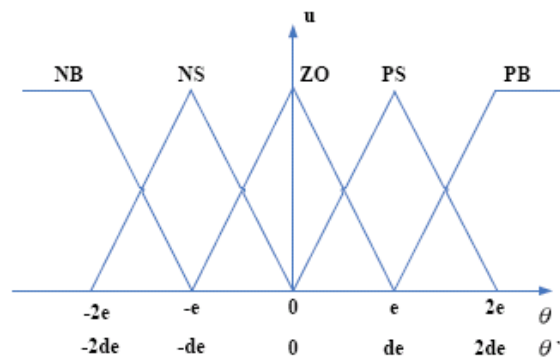


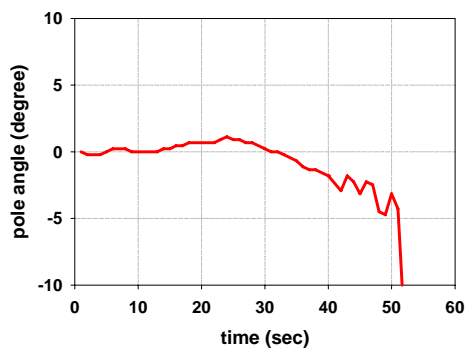
圖 9. 角度 (θ) 及角度增量 ($\Delta\theta$) 之三角歸屬

表 1. Fuzzy 控制規則表

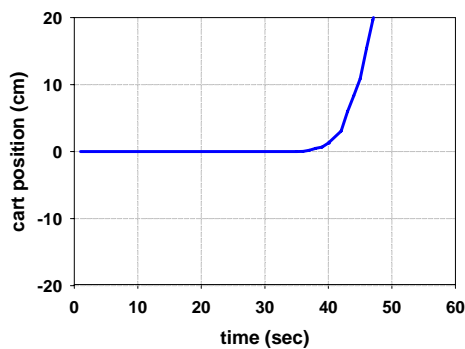
| 角度變化\角度 | NB | NS | ZO | PS | PB |
|---------|----|----|----|----|----|
| NB | PB | PB | PS | PS | ZO |
| NS | PB | PS | PS | ZO | NS |
| ZO | PS | PS | ZO | NS | NS |
| PS | PS | ZO | NS | NS | NB |
| PB | ZO | NS | NS | NB | NB |

三、結果與討論

本文首先進行 PID 控制器之實際測試。圖 10 為倒單擺系統桿子角度與台車位置之實際響應圖，由圖 10(b) 可瞭解在測試前 40 秒內，因台車位置尚未偏離原點，因此 PID 控制器可將桿子角度控制在 $-1.8 \sim +1.1$ 度之間，如圖 10(a) 所示，但由於 PID 控制器為一 SISO (single input single output) 類型之控制器，僅能針對桿子角度作單一變數回授控制，而台車位置部份則為開迴路狀態，因此當台車位置逐漸遠離原點，最後撞擊到連軸軌道邊緣時，此時由於缺乏台車反向慣性力將桿子推回原直立狀態，因此最後桿子亦失去控制 (見圖 10(a))。



(a) 單擺角度



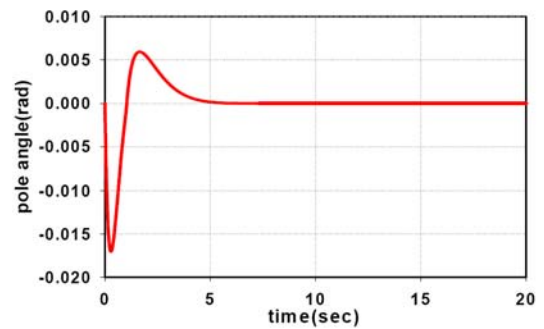
(b) 台車位置

圖 10. 倒單擺系統之實際測試響應圖

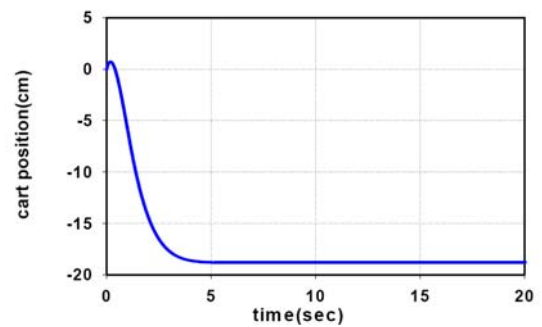
緊接著針對 LQR 控制器進行 Matlab 單位步階函數 (step function) 模擬, 其步階響應結果示如圖 11。由圖 11(a) 與 (b) 可瞭解到使用 LQR 控制器在控制倒單擺之直立定位時, 雖然可以達成控制單擺直立之效果, 但台車卻無法準確地定位於原點上, 計算結果約為偏離原點 18 公分。為驗證圖 11 之結果, 本文進行實際量測, 其結果如圖 12 所示。由圖 12 可得知: 單擺角度大約在 $-1.8 \sim +3.4$ 度之間晃動, 此時雖然桿子可長時間保持直立狀態, 但台車之位置卻在原點左右 $-1.4 \sim +10.8$ 公分之間來回往返, 因此 LQR 控制器雖然可達到桿子直立之效果, 但是台車定位之效果並不理想。

雖然 LQR 為多輸入與多輸出 (multiple input multiple output, MIMO) 之控制架構, 能同時針對單擺角度與台車位置進行控制, 但由實驗結果 (見圖 12) 可知: 雖然單擺角度能達到不錯之控制效果, 但台車卻一直在原點附近 ($-1.4 \sim +10.8$ 公分) 以固定的頻率左右來回, 因此台車定位之控制效果並不是十分理想。

為改善 LQR 控制器定位效果不理想之情況, 本文嘗試於原 LQR 控制器架構下加入一 PI 控制器, PI 控制器之參數並不需要給得太大, 因為在單擺角度未達平衡時, LQR 控

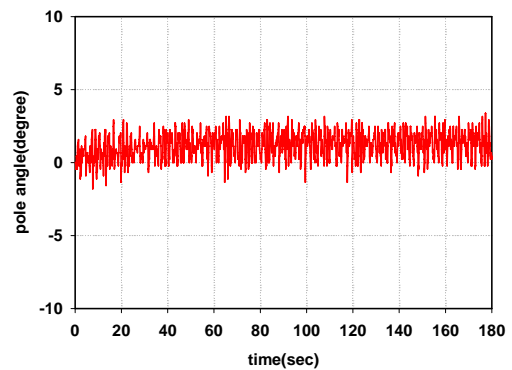


(a) 單擺角度

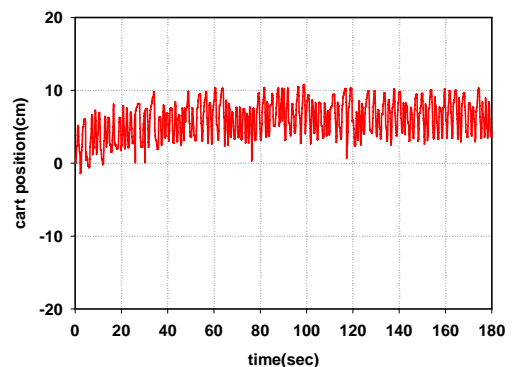


(b) 台車位置

圖 11. 模擬 LQR 控制器控制倒單擺直立定位



(a) 單擺角度



(b) 台車位置

圖 12. 實際量測 LQR 控制器控制倒單擺直立定位

制器輸出之控制力將會遠大於 PI 控制器欲將台車推回原點之控制力，所以這個階段主要為控制單擺平衡之動作。反之當單擺角度近乎垂直時，此時 LQR 控制器輸出之控制力將會小於 PI 控制器所輸出之控制力，PI 控制器此時即可發揮調整台車回到原點之功能，因此可達到保持直立且促使台車定位之效果。

圖 13 為利用 Matlab 模擬 LQR+PI 控制器於控制倒單擺直立定位之步階響應圖，由圖 14 可知 LQR+PI 控制器除能平衡單擺外，也同時能將台車精確地定位於原點上。進行實際量測時，其單擺角度與台車位置量測值，如圖 14 所示。同時將圖 12（僅使用 LQR 控制器）與圖 14 之實際量測值進行比較，發現當 PI 控制器加入至 LQR 控制器後，單擺晃動的角度將由 $-1.8\sim+3.4$ 度減小為 ± 2 度，而台車位置則由 $-1.4\sim+10.8$ 公分縮小至 ± 3 公分，表示台車定位效果得到重大的改善，此外也觀察到 LQR+PI 之控制穩定度也較僅使用 LQR 提升許多。

由於 PI 控制器具有降低穩態誤差的能力（但控制不好，也有可能使系統穩定度變差），因此比較 LQR 與 LQR+PI 控制器所顯示出來的結果，明顯可看出台車位置的變化量已

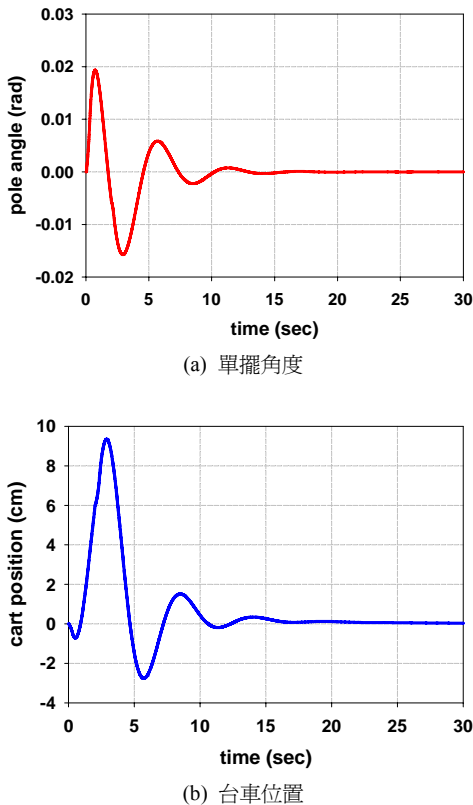


圖 13. 模擬 LQR+PI 控制器控制倒單擺直立定位

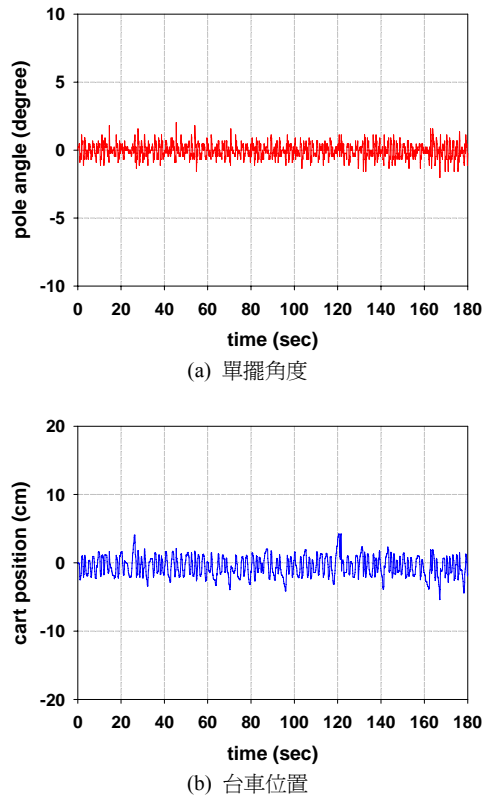


圖 14. 實際量測 LQR+PI 控制器控制倒單擺直立定位

被大幅降低，此表示台車位置的穩態誤差可透過 PI 控制器有效地加以降低，這是使用 PI 控制器預期可獲得的結果。

本文為改善 LQR 台車定位效果不理想的情況，除加入 PI 控制器外，鑑於 PI 控制器仍需進行 K_P 與 K_I 兩個參數的調整，在使用上是比較不方便的，因此改以模糊控制器（fuzzy controller）來取代 PI 控制器，並與 LQR+PI 控制器進行單擺直立與台車定位之性能比較。

使用 Fuzzy 控制器時，本文採用「單擺角度」與「單擺角度變化量」當作 Fuzzy 控制器的輸入參數。Fuzzy 控制器之控制理念與 PI 控制器相近，亦即當單擺角度未達平衡時，LQR 控制器輸出之控制力將大於 Fuzzy 控制器欲將台車推回原點之控制力，因此該階段為控制單擺平衡之動作。反之當單擺角度近乎垂直時，Fuzzy 控制器之輸出控制力將大於 LQR，因此可發揮調整台車回到原點之功能，是故 LQR+Fuzzy 亦可以達到保持單擺直立且台車定位之結果。

圖 15 為利用 Matlab 模擬 LQR+Fuzzy 控制器控制倒單擺直立定位之步階響應圖，由圖 15 可知：LQR+Fuzzy 控制器在保持單擺直立的同时也能準確地控制台車位置於原點上。至於實際量測值則如圖 16 所示。將圖 14（LQR+PI）

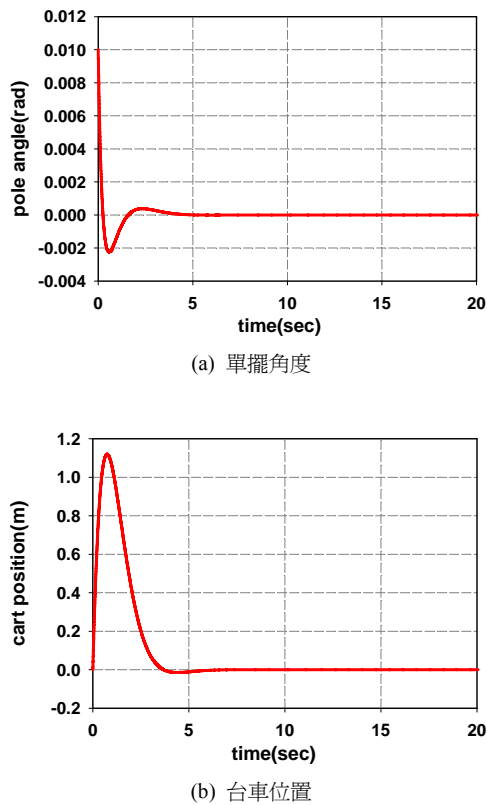


圖 15. 模擬 LQR+Fuzzy 控制器控制倒單擺直立定位

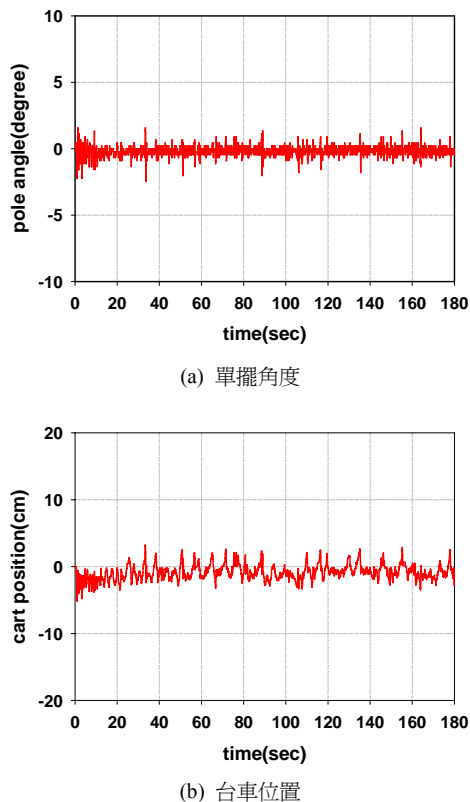


圖 16. 實際量測 LQR+Fuzzy 控制器控制倒單擺直立定位

與圖 16 之實際量測值比較，發現兩者在控制單擺直立與台車定位之能力幾乎相當，亦即可控制單擺角度在 ± 2 度之間，而台車位置則可在 ± 3 公分之內。由以上結果可知 Fuzzy 控制器幾乎可以取代 PI 控制器，除能得到與 PI 控制器相當的控制能力外，卻可省卻調整 PI 控制器參數的麻煩。

本文實現 LQR+Fuzzy 之作法與文獻 [7] 略有不同；本文利用單擺角度及其變化量來取得輸出控制力，並與 LQR 之輸出控制力進行比較調整，以取得較佳之控制力輸出，實作結果顯示單擺直立角度可控在 ± 2 度以內。至於文獻 [7] 則是利用映射的方法，將 LQR 的輸出控制力映射至模糊控制器之模糊推論集以控制倒單擺之直立動作，其角度約可控在 ± 1 度以內，稍優於本研究，但其實作平台在文中並未清楚說明。

四、結論與建議

本文成功地以八位元單晶片微控制器實現 PID、LQR、LQR+PI 與 LQR+Fuzzy 等控制器，並且達成控制非線性不穩定倒單擺系統之直立定位控制（LQR+PI 與 LQR+Fuzzy 等控制器）。由實驗結果可得知：當僅採用 PID 控制器時，且台車位置在原點附近時，單擺角度可控在 $-1.8 \sim +1.1$ 度以內，由於 PID 控制器僅能控制單擺角度等單一變數，故台車位置完全不可控；至於 LQR 控制器，倒單擺系統之單擺角度可控在 $-1.8 \sim +3.4$ 度之間，而台車則在 $-1.4 \sim +10.8$ 公分之間左右移動，因此位置控制並不理想；其次當 PI 控制器加入至 LQR 控制器時，其單擺角度與台車位置則分別可控在 ± 2 度與 ± 3 公分以內。很明顯地，LQR+PI 控制器在控制倒單擺之直立定位能力優於 LQR 與 PID 控制器。此外當結合 Fuzzy 控制器至 LQR 控制器時，其單擺角度與台車位置亦可分別可控在 ± 2 度與 ± 3 公分以內，表示 LQR+Fuzzy 控制器之能力與 LQR+PI 控制器相當，但卻可以省卻調整 PI 控制器參數的麻煩。

由本文可以瞭解到智慧型控制器之能力與傳統 PID 控制能力相當，但卻沒有傳統 PID 控制器參數調整的麻煩，因此本文可以延伸至類神經網路 (neural network) 或遺傳演算法 (genetic algorithm) 之實作上，並與 Fuzzy 控制器來互相比較。此外本研究亦可延伸至即時控制之應用上。

誌謝

本研究承國科會研究計畫 NSC 94-2213-E-212-018 之經費支持，在此表達感謝之意。

參考文獻

1. 李志暉、周鵬程、黃繼震 (民 93)，現代控制法則於倒單擺系統之用上直立及定位控制之研究，2004 中華民國自動控制研討會，彰化。
2. 洪介仁、凌朝雄、何明字 (民 93)，車與桿倒單擺系統之平衡控制，2004 中華民國自動控制研討會，彰化。
3. 陳裕愷 (民 83)，三百六十度倒單擺直立定位控制，國立中央大學資訊與電子工程研究所碩士論文。
4. 陳倍慶、蘇武昌、王中行 (民 93)，自走式倒單擺車之原型製作與數位控制之研究，2004 中華民國自動控制研討會，彰化。
5. 劉晏維 (民 93)，應用 PIC 微控制器實現圓周倒單擺之 PID 平衡控制，國立台灣科技大學電機工程系碩士論文。
6. Hewlett Packard (2004) HCTL2020-Quadrature decoder and counter interface IC's technical data. Retrieved December 10, 2005 from http://www.datasheet4u.com/share_search.php?sWord=HCTL2020.
7. Krishen, J. and V. M. Becerra (2006) Efficient fuzzy control of a rotary inverted pendulum based on LQR mapping. IEEE International Symposium on Intelligent Control, Munich, Germany.
8. Luo, C., D. Hu, Y. Pang, X. Zhu and G. Dong (2006) Fuzzy control of a quintuple inverted pendulum with the LQR method and 2-ary fuzzy piecewise interpolation function. Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision & Control, San Diego, CA.
9. Microchip Technology Inc. (2002) PIC18F452 data sheet. Retrieved December 10, 2005 from <http://www.microchip.com/>.

收件：97.06.27 修正：97.07.31 接受：97.09.23