

評估 MRC 工作於 Nakagami 統計通道之斷話率效能

陳雍宗

大葉大學電信工程學系

彰化縣大村鄉山腳路 112 號

摘要

本篇論文旨在利用數值方法分析無線通訊連結傳輸中的斷話率 (outage) 效能，接收機端接收到的訊號經過同頻道干擾環境時，假設其波道的統計特性是具有中上分佈衰落 (Nakagami statistics distribution)，而且是屬於頻率選擇性 (frequency selective) 波道。文中我們探討接收端使用最大比率合成 (maximal-ratio combining, MRC) 接收機時，其接收分支係呈現二項式分佈 (binomial distribution) 時系統斷話率的系統架構，經由數值分析結果顯示，在同頻道干擾環境下，無線通訊系統效能除了受波道之統計特性參數的影響外，MRC 接收機接收分支使用不同分佈進行模擬亦明顯地左右系統之效能。此外，本文中亦嘗試以萊斯分佈 (Rice distribution) 通道取代 Nakagami 分佈，再比較兩者間的差異，期望找出不同之通道應用時之精確值。

關鍵詞：斷話率，最大比率合成，中上分佈衰落，頻率選擇性波道

An Evaluation of the Outage Probability Performance of MRC with CCI over Nakagami Fading Channels

JOY IONG-ZONG CHEN

Department of Communication Engineering, Da-Yeh University

112 Shan-Jiau Rd., Da-Tsuen, Changhua, Taiwan

ABSTRACT

An investigation and numerical analysis of the outage probability for a wireless communication system with CCI (co-channel interference) is presented in this report. A fading channel is assumed to have a frequency-selective channel characterized by a Nakagami statistic distribution. A binomial distribution is applied to model the branch of the MRC (maximal-ratio combining) diversity which is considered at the receiver. It is important to note that the performance of a wireless radio system will be significantly degraded by factors such as the channel model characteristic and a different distribution of the MRC branch number. A Rice fading model is also tried in place of the Nakagami for a fading channel, and the numerical results are compared for determining the differences between them.

Key Words: outage, maximal-ratio combining (MRC), Nakagami statistics distribution, frequency selective channel

一、緒論

無線通訊的品質及傳送速度已受到社會大眾的高度重視，而無線訊號的傳輸中由於接收訊號常會受到各種不確定因素的影響及干擾，包括了距離、地形、地物等等...，導致信號衰減或失真。訊號通常不是由單一路徑傳送到接收器，而是多重路徑，使得傳送端與接收端的訊號不同，因此接收機無法判斷所收到的訊號是直接波或反射波；因為其訊號強度為其總和，如果傳輸速度慢時會有建設性相加，若傳輸速度快，則會影響下一訊號的傳輸，而成為破壞性相減結果，由此可知，多重路徑是引起波道衰落的主要因素 [7]。

在行動無線通訊蜂巢式系統中，為了在有限的頻譜中，增加使用者的容量，可重複使用頻率，是為同頻（co-channel）。重複使用頻率的距離越短，則接收信號強度越佳，但易受干擾；距離越長，較不易受到干擾，但相對的，通話品質便隨之下降，所以必須取得兩者的平衡點，為了評估無線電訊號傳播的性能優越性，使用斷話率（outage）效能量測，是一種常用之分析方式 [9]。

同頻道干擾發生於當兩個鄰近的蜂巢式無線電，使用相同的無線電載波，彼此互相干擾的訊號。同頻道干擾的量測，可以藉由比較希望接收到的無線電訊號功率（強度）與干擾訊號的強度得知。為了評估通訊系統傳播性能的優越性，故可以使用斷話率加以評估。斷話率定義為接收系統之訊雜比（signal-to-noise ratio, SNR ）與訊號干擾比（signal-to-interference, SIR ）之比值低於某一無法令人滿足之準位時，所出現的錯誤機率，也就是說訊雜比與雜訊干擾比之比值愈高時，斷話的機率就愈低；反之，比值愈低時，斷話的機率就愈高。在行動無線通訊（mobile wireless communication）系統中，由於接收訊號可能會受到各種障礙物的影響，進而導致衰落（fading）或遮蔽（shadowing）效應的產生，使得接收機對所收到的訊號與發射的訊號有所不同，進而影響通話品質。評估無線電連結傳播性能優越性除了使用位元錯誤率（bit error rate, BER）與通道容量外，尚可用斷話率去量測，因為在做簡單斷話率系統評估時，可能需要 SNR 和 SIR 的其中一個或二個都進行分析，為了避免通話時的斷話情形，平時接收訊號對同頻道干擾訊號功率的比值將會維持一個臨界值（threshold），此臨界值就是平均訊號對干擾訊號功率比的保護值 [1]。

就斷話率之分析而言，早期，Cox 就曾就小區域涵蓋範

圍之通訊環境，分析同頻重用之干擾的效能 [4]；Yao 與 Sheikh 曾於 1990 年 [10] 和 1994 年 [11] 各以萊斯（Rice）及瑞雷（Rayleigh）為通道環境之假設和無線個人通訊環境中，分析有關微細胞蜂巢（microcellular）的無線通訊系統之斷話率；1991 年，Adnon 和 Beaulieu 亦以多重中上干擾通道之設定環境，分析蜂巢式（cellular）通訊系統的斷話率 [2]；Abbas 等人亦曾分析頻率選擇性波道（frequency selective channel）中的同通道干擾之通訊系統效能 [1]；另於近期，Reig 和 Cardona 亦發表了多重干擾條件下，中上衰落通道的斷話率效能 [7]。就以上曾經發表之文章中，雖然皆以中上統計分佈描述通道之統計情形，但是接收分支皆未曾考慮二項式分佈（binomial distribution）之情況。基於此，本文評估同頻道干擾訊號對無線系統傳播時的影響，將 MRC（maximal-ratio combining）之接收分支數擴展成二項式分佈，並利用多重或單一 Nakagami 分佈的干擾現象加以分析，本文是以 Nakagami 分佈研究共頻道干擾的斷話率效能，這是由於其比 Rayleigh 或 Rician 分佈而言，Nakagami 衰落在市區的環境中它具有較高的精確性和適應性，例如：Nakagami 分佈適合用在都市多重路徑的特性，它包含了 Rayleigh 和 one-side Gaussian 分佈的優點，此外它可以被使用於測量頻率選擇性衰落情況，所以本文中使用了 Nakagami 分佈加以研究、討論、數學證明並利用數值分析模擬其結果，而且證明當干擾訊號是多重或單一的干擾現象時加以分析比較，讓我們充分了解同頻干擾於中上統計波道環境中的斷話率性能。

本文之架構如下，第 2 節說明無線通訊系統之數學模式，第 3 節中結合中上通道之數學模型；進而分析、推導斷話率之結果。數值之分析與其結果圖形於第 4 節中進行說明，最後第 5 節有一簡短之結論。

二、系統模式

假設在 MRC 接收端的接收訊號為 [10]

$$V_r(\tau) = d(\tau) + I_c(\tau) + n(\tau) \quad (1)$$

其中 $d(\tau)$ 代表所期望接收的多重路徑信號，表示成

$$d(\tau) = \sum_{n=1}^N g_n(\tau - \tau_n) e^{j\theta_n} \quad (2)$$

其中 N 是 MRC 接收機的接收分支數目， $g_n(\cdot)$ 是第 n 個分支之分支增益，而

$$I_c(\tau) = \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^{L_i} \alpha_{i,l} u_{i,l}(\tau - \tau_{i,l}) e^{j\beta_{i,l}} \quad (3)$$

上式是同頻道干擾訊號通過多重路徑所接收到的干擾訊號。 $n(\tau)$ 為加法式白色高斯雜訊 (additive white Gaussian noise, AWGN)，在不失一般性的情形下，為了簡化推導之過程，之後的分析我們將予以忽略不計。在 Nakagami 衰落環境中，訊號大小可用 Nakagami 分佈去描述，假設所期望訊號的大小為 R ，為 Nakagami 分佈，其機率密度函數 (probability density function, pdf)， $f(R)$ ，表示如下

$$f(R) = \frac{2m_d^{m_d} R^{2m_d-1}}{\Gamma(m_d)\Omega_d^{m_d}} e^{-\left(\frac{m_d}{\Omega_d}\right)R^2}, \quad R \geq 0 \quad (4)$$

其中，常數 m_d 為 Nakagami 分佈的衰落參數 (fading figure)，其用以掌握波道之衰落的嚴重性，而 $\Gamma(\cdot)$ 是伽瑪 (Gamma) 函數，而 Ω_d 是接收訊號的平均功率。

$$m_d = \sum_{n=1}^N m_n \quad \text{和} \quad \Omega_d = \sum_{n=1}^N \Omega_n \quad (5)$$

特殊情況下，當 $m_n=1$ 和 $\Omega_n=\Omega$ ， $m_d=N$ 和 $\Omega_d=N\Omega$ 。假設有 I 個多重獨立的 Nakagami 衰落干擾，且第 i 個到達接收端的干擾通過 L_i 個路徑。因此，在接收端的同頻道干擾可以展開等式為

$$I_c(\tau) = \sum_{l=1}^L \alpha_{1,l} u_{1,l}(\tau - \tau_{1,l}) e^{j\beta_{1,l}} + \dots + \sum_{l=1}^{L_i} \alpha_{i,l} u_{i,l}(\tau - \tau_{i,l}) e^{j\beta_{i,l}} + \dots + \sum_{l=1}^{L_I} \alpha_{I,l} u_{I,l}(\tau - \tau_{I,l}) e^{j\beta_{I,l}} \quad (6)$$

其中 $u_i(\tau)$ 是低通干擾訊號， $\alpha_{i,l}$ 表示第 i 個干擾穿過第 l 個路徑的強度， $\beta_{i,l}$ 為第 i 個干擾穿過第 l 個路徑的相位， $\tau_{i,l}$ 代表第 i 個干擾穿過第 l 個路徑的延遲。在接收端，任何單獨干擾成份的來源是不重要的，於是 (6) 式可以修改成

$$I_c(\tau) = \sum_{i=1}^I \alpha_i u_i(\tau - \tau_i) e^{j\beta_i} \quad (7)$$

因為每個可解析的干擾訊號是隨機干擾相位 (interference phase) 的和，每個可解析干擾訊號的大小可被假設是呈現 Nakagami 分佈，因此 [6]

$$f(\alpha_i) = \frac{2m_i^{m_i} \alpha_i^{2m_i-1}}{\Gamma(m_i)\Omega_i^{m_i}} e^{-\left(\frac{m_i}{\Omega_i}\right)\alpha_i^2}, \quad \alpha_i \geq 0 \quad (8)$$

而干擾訊號的振幅大小， I_c ，同樣地，也可以假設呈現 Nakagami 分佈

$$f(I_c) = \frac{2m_I^{m_I} I_c^{2m_I-1}}{\Gamma(m_I)\Omega_I^{m_I}} e^{-\left(\frac{m_I}{\Omega_I}\right)I_c^2}, \quad I_c \geq 0 \quad (9)$$

其中 $m_I = \sum_{i=1}^I m_i$ ，和 $\Omega_I = \sum_{i=1}^I \Omega_i$ 。

三、Nakagami 衰落效應之共頻道干擾

在 Nakagami 衰落效應下，欲推導系統之斷話率，須先得到期望信號功率的 pdf，經由 (8) 式推導後可得 [6]

$$f(x) = \left[\frac{m_d}{\Omega_d} \right]^{m_d} \frac{x^{m_d-1}}{\Gamma(m_d)} e^{-\left(\frac{m_d}{\Omega_d}\right)x}, \quad x \geq 0 \quad (10)$$

其中， $x=R^2$ ；當 $m_d=1$ 時，此訊號功率分佈為一個 Rayleigh 衰落波道函數， $m_d=\infty$ 時，則為無衰落理想情況。而同頻道干擾功率的 pdf，即 $z=I_c^2$ ，也可推導表示成 [3]

$$f(z) = \left[\frac{m_I}{\Omega_I} \right]^{m_I} \frac{z^{m_I-1}}{\Gamma(m_I)} e^{-\left(\frac{m_I}{\Omega_I}\right)z}, \quad z \geq 0 \quad (11)$$

於是訊號對多重路徑干擾功率比值， $r=x/z$ ，而 r 的 pdf 可以利用推導而得知

$$f(r) = \left[\frac{m_d}{\Omega_d} \right]^{m_d} \left[\frac{m_I}{\Omega_I} \right]^{m_I} \frac{\Gamma(m_d + m_I) r^{m_d-1}}{\Gamma(m_d)\Gamma(m_I)} \cdot \left[\frac{m_d}{\Omega_d} + \frac{m_I}{\Omega_I} \right]^{-(m_d+m_I)} \quad (12)$$

其中， r 的 pdf 與 x 和 z 的分佈參數有關，即 m_d 、 m_I 、 Ω_d 和 Ω_I 參數。因此，斷話率可藉由積分公式求出

$$P_o = \int_0^{R_I} f(r) dr \quad (13)$$

其中, $f(r)$ 是由 (12) 而得, 其中 R_I 是 SIR 保護臨界值。可推導出斷話率如下, 將 (12) 式代入 (13) 式可推導出斷話率為

$$P_{out} = \int_0^{R_I} f(r) dr = \frac{m_d^{m_d-1} R_I^{m_d} \Gamma(m_d + m_I)}{SIR^{m_d} m_I^{m_d} \Gamma(m_d) \Gamma(m_I)} \cdot {}_2F_1\left(m_d + m_I, m_d; 1 + m_d; -\frac{(m_d/m_I) \cdot R_I}{SIR}\right) \quad (14)$$

其中, ${}_2F_1(\cdot, \cdot; \dots)$ 代表超幾合函數 (hyper geometric function)。再定義 $SIR = \Omega_d/\Omega_I$ 。假若所有 $m_n=1$ 。結果, $m_d=N$ 是對應 MRC 接收的數目, 因此, 在此情況下

$$P_{out} = \frac{N^{N-1} R_I^N \Gamma(N + m_I)}{SIR^N m_I^N \Gamma(N) \Gamma(m_I)} \cdot {}_2F_1\left(N + m_I, N; 1 + N; -\frac{(N/m_I) \cdot R_I}{SIR}\right) \quad (15)$$

相同地, 假若所有 $m_i=1$, 結果得 $m_I=I$, 於是 (15) 式變成

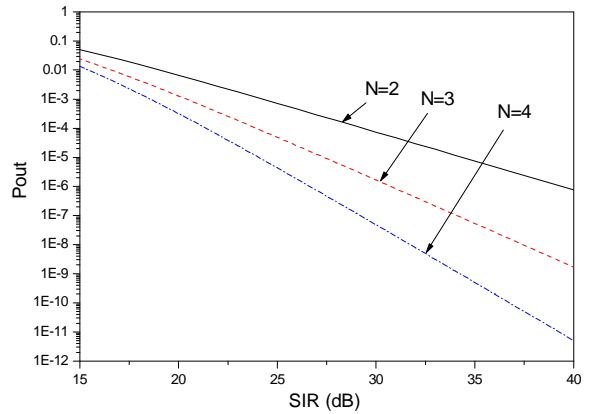
$$P_{out} = \frac{N^{N-1} R_I^N \Gamma(N + I)}{SIR^N I^N \Gamma(N) \Gamma(I)} \cdot {}_2F_1\left(N + I, N; 1 + N; -\frac{(N/I) \cdot R_I}{SIR}\right) \quad (16)$$

由 (15) 與 (16) 式可知, 斷話率的高低會隨著 SIR 與 R_I 值的變化而變動, 也就是說 SIR 必須高於 R_I 臨界值, 才不致於產生斷話現象。

四、數值分析結果

此節中, 我們將以數值分析系統的斷話率, 針對接收機可接收分支的不同與發射機可發射分支的不同條件下去比較; 利用數值方法分析斷話率的數學式, 使用不同的干擾和接收訊號的參數, 比較斷話率固定時 SIR 是否有改變。

若 N 非定值而 I 為定值時, 分析 (16) 式可求得斷話率的分佈; 其執行結果如圖 1 所示, 由圖 1 可知 (16) 式為一



註: 參數 $R_I=7dB, I=2$

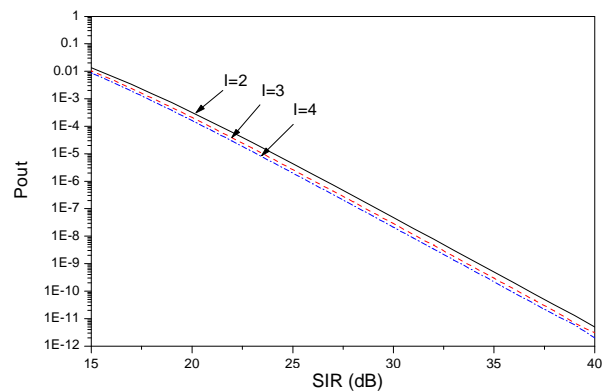
圖 1. 不同接收分支以 $SIR (dB)$ 為函數的斷話率圖

個 R_I, N, I 和 SIR 的函數, R_I 為 SIR 的保護臨界值, 而 N 是 MRC 接收機的接收數目, 改變 MRC 接收機 N 值的影響表示於圖 1。設定 I 為定值為 2, $R_I=7dB$, N 值為 2 至 4 變化, 結果繪出三條不同值的曲線。

若 N 為定值而 I 非定值時, 由 (16) 式可求得斷話率的分佈, 其結果如圖 2。由圖 2 可知, 在使用相同的 I 和 R_I 的條件下, 在一定之斷話率要求下, 增加 MRC 接收機 N 的分支數目, 所須之 SIR 則逐漸遞減。在圖 2 中, N 設為定值為 4, 而 I 由 2 至 4 變化, 和圖 1 比較可發現, 當 I 變動時, 斷話率的曲線並沒有多大的變化。另外, 若 N 非定值而 I 為定值時, 則 (15) 可視為在條件 N 下斷話的條件機率

$$P_{out} = P_r(r < R_I | N) \quad (17)$$

經由貝式 (Baye's) 定理, (17) 式也可改寫成



註: 參數 $R_I=7dB, N=4$

圖 2. 不同之干擾分支數以 $SIR (dB)$ 為函數的斷話率圖

$$P_{out} = \sum_{N=1}^{\infty} P_r(r < R_r | N) \cdot P(N) \quad (18)$$

其中 $P(N)$ 是在 N 個路徑下的機率，假設為二項式分佈，表示如下

$$P(N) = \binom{n}{k} P^k (1-P)^{n-k} \quad (19)$$

將 (19) 代入 (18) 可得

$$P_{out} = \sum_{N=1}^{\infty} \binom{n}{k} P^k (1-P)^{n-k} \frac{N^{N-1} R_I^N \Gamma(N+I)}{SIR^N I^N \Gamma(N) \Gamma(I)} \cdot {}_2F_1 \left[N+I; N; N+1; \frac{-(N/I)}{SIR} R_I \right] \quad (20)$$

上式係考慮期望訊號的隨機路徑數量，另外，假設 N 為已知，當 I 為變動情況下，將 (19) 中的 n 替換為 R 和 k 替換成 m 。

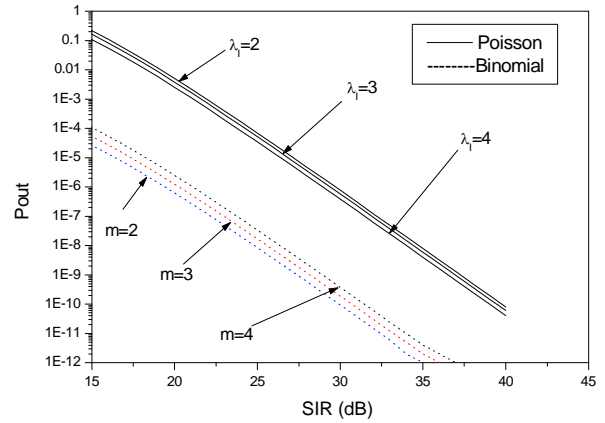
$$f(R) = \sum_{R=1}^{\infty} \binom{R}{m} P^m (1-P)^{R-m} \quad (21)$$

故斷話率使用 (16) 和 (21) 式可以表示成

$$P_{out} = \frac{N^{N-1} R_I^N}{SIR^N I^N \Gamma(N)} \sum_{R=1}^{\infty} \binom{R}{m} P^m (1-P)^{R-m} \frac{\Gamma(N+I)}{\Gamma(I)} \cdot {}_2F_1 \left[N+I; N; N+1; \frac{-(N/I)}{SIR} R_I \right] \quad (22)$$

若 N 為定值而 I 非定值時，經由分析 (22) 式而求得斷話率的分佈，其結果圖形如圖 3，在圖 3 中分析 (22) 的結果，設定 N 為定值 4，而 m 為 2 至 4 變動，它們各代表二項式分佈和 Poisson 分佈的變數，而且假設 I 的隨機變化所產生的影響式可以忽略的。當 N 和 I 皆假設為隨機變數，則斷話率可表示成

$$P_{out} = \sum_{N=1}^{\infty} \binom{n}{k} P^k (1-P)^{n-k} \frac{N^{N-1} R_I^N}{SIR^N I^N \Gamma(N)} \times \sum_{R=1}^{\infty} \binom{R}{m} P^m (1-P)^{R-m} \frac{\Gamma(N+I)}{\Gamma(I)}$$



註：1. Binomial 參數： $R_I = 7dB$, $N=4$; $m=2$, $m=3$, $m=4$
2. Poisson 參數： $R_I = 7dB$, $N=4$, $\lambda_I = 2$, $\lambda_I = 3$, $\lambda_I = 4$

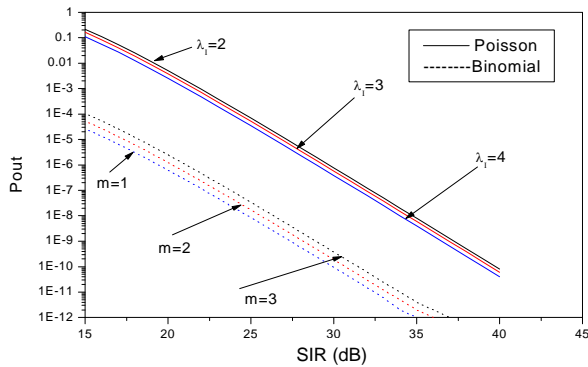
圖 3. 斷話率對 SIR (dB) 分佈圖

$$\times {}_2F_1 \left[N+I; N; N+1; \frac{-(N/I)}{SIR} R_I \right] \quad (23)$$

若 k 為定值而 m 為非定值時，其結果圖形如圖 4，於圖 4 中分析方程式 (23) 的結果，假設 N 與 I 為隨機變數，取 k 和 λ_N 為定值 4；取 m 和 λ_I 為 2 至 4 變化，它們各別代表二項式分佈與 Poisson 的變數。由圖 4 得知 m 和 λ_I 對曲線變化的影響並不大。若 k 和 λ_N 非定值而 m 和 λ_I 為定值時，方程式 (23) 為斷話率的分佈結果；其結果圖形經由數值分析後如圖 5，其中設定 m , λ_I 為定值 2， k 與 λ_N 分別為 2 至 4 變動，它們各別代表二項式分佈和 Poisson 的變數， k 在相同斷話率的情形下， $k=\lambda_I=2$ 在相同斷話率時，必需要比 $k=\lambda_N=4$ 多出 3.5dB 的平均 SIR 。圖 3、圖 4、圖 5 分別是二項式分佈和 Poisson 分佈分析數學式數值分析所得之結果，由圖中可知在相同條件下，當斷話率固定時；可比較出，使用 Poisson 分佈所需的 SIR 會比二項式分佈來得高，因此對斷話率而言，使用二項式分佈會較為理想。

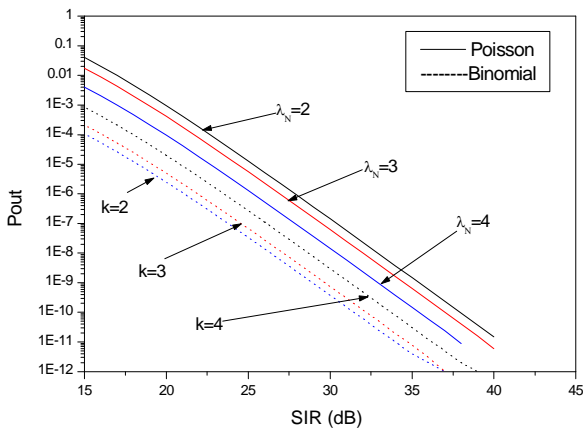
五、結論

本文已利用 Nakagami 統計波道之特性，繼而透過系統斷話率效能，研究無線傳輸系統屬於同頻道干擾之環境，接收端使用 MRC 接收機，其接收分支之數目以二項式分佈呈現之情況，並且利用數值方法分析斷話率的數學式，使用不同的干擾和接收訊號的參數，比較斷話率固定時 SIR 是否有



註：Binomial 參數： $R_i = 7\text{dB}$, $k=4$; $m=2$, $m=3$, $m=4$
Poisson 參數： $\lambda_N = 4$; $\lambda_i = 2$, $\lambda_i = 3$, $\lambda_i = 4$

圖 4. 斷話率對 SIR (dB) 分佈圖



註：Binomial 參數： $R_i = 7\text{dB}$, $R=2$; $k=2$, $k=3$, $k=4$
Poisson 參數： $R_i = 7\text{dB}$, $I=2$; $\lambda_N = 2$, $\lambda_N = 3$, $\lambda_N = 4$

圖 5. 斷話率對 SIR (dB) 分佈圖

改變，由分析之結果顯示，訊號本身受波道特性之參數變化的影響遠高於受外來干擾之統計參數的變化。在現今無線通訊領域中，隨著電信市場的開放，帶動了通訊技術的蓬勃發展。多家無線電系統業者為了維持市場佔有率，經常在系統的容量與客戶需求之間的平衡在努力，希望在最節省成本的情況下，利用最好的效率去服務更多客戶。當運轉中的系統如果超過他們設計的最大量，則會造成使用者塞機，甚至斷話，也正因此，無線通訊的品質及傳送速度一直都是大眾關心的課題，期盼經由本文之分析能夠對於未來無線通訊方面的研究有所助益。

參考文獻

1. Abbas, S. and A. U. Sheikh (1999) Radio link performance on frequency selective Nakagami fading co-channel interference. IEEE 49th Vehicular Technology Conference, Houston, TX.
2. Adman, A. D. and N. C. Beaulieu (1991) Outage probabilities of cellular mobile radio systems with multiple Nakagami interferers. *IEEE Transaction on Vehicular Technology*, 4, 757-768.
3. Alouini, M. S. and M. K. Simon (2001) Performance of generalized selection combining over Weibull fading channels. IEEE VTS 54th Vehicular Technology Conference, Atlantic City, NJ.
4. Cox, D. C. (1982) Co-channel interference considerations in frequency reuse small coverage area radio systems. *IEEE Transaction on Communications*, 30(1), 135-142.
5. Haykin, S. (2001) *Communication System*, 4th Ed., John Wiley & Sons, New York, NY.
6. Nakagami, N. (1960) The m-distribution: a general formula for intensity distribution of rapid fading. *Statistical Methods in Radio Wave Propagation*, HOFFMAN, W. G., Pergamon, Oxford.
7. Rappaport, T. S. (1996) *Wireless communication principles & practice*. Prentice Hall PTR Upper Saddle River, New Jersey, NJ.
8. Reig, J. and N. Cardona (2000) Approximation of outage probability on Nakagami fading channels with multiple interferers. *Electronics Letters*, 36(19), 1649-1650.
9. Stuber, G. L. (1996) *Principles of Mobile Communication*, Kluwer Academic Publishers, Massachusetts.
10. Yao, Y. D. and A. U. H. Sheikh (1990) Outage probability analysis for microcellular mobile radio systems with co-channel interferers in Rician/Rayleigh fading environment. *Electronic letters*, 26(13), 864-866.
11. Yao, Y. D. and A. U. H. Sheikh (1994) Co-channel interference modeling and performance analysis of microcell systems for wireless personal communications. *Canadian Journal of Electrical and Computer Engineering*, 19(1), 27-35.

收件：93.11.02 修正：93.12.29 接受：94.02.22